

Perspektif hari ini di PMR sangat dipengaruhi oleh pandangan Freudenthal (Heuvel-Panhuizen, 1998). Menurut Freudenthal, pembelajaran matematika harus dihubungkan dengan dunia nyata, siswa, dan kehidupan masyarakat agar dikaitkan dengan nilai-nilai kemanusiaan. Oleh karena itu, Freudenthal menganggap matematika sebagai aktivitas manusia. Pandangan matematika sebagai aktivitas manusia mengacu pada proses pembelajaran matematika, yang memberikan kesempatan kepada siswa untuk terlibat dalam kegiatan eksplorasi terhadap fenomena/peristiwa yang dapat mereka bayangkan untuk mengembangkan dan membangun pengetahuannya, berbeda dengan memandang pembelajaran matematika sebagai ilmu yang pembelajarannya melalui transfer (transfer ilmu). Dalam PMR, konsep belajar matematika dengan menyelidiki fenomena/peristiwa yang dapat dipahami siswa dikenal dengan Fenomenologi Didaktik.

Buku ini mewujudkan pada kenyataan bahwa pembelajaran matematika membutuhkan inovasi dan kreatifitas dalam mengembangkan pembelajaran yang baik. Tentunya dengan menggunakan konteks yang terkait dengan kehidupan sehari-hari, maka pembelajaran matematika akan lebih menyenangkan dan berkesan bagi siswa. Oleh karena itu, ketersediaan buku untuk terkait pembelajaran matematika realistik ini sangatlah penting.



Penerbit Mitra Ilmu
Makassar Sul-Sel
Email : mitrailmua@gmail.com
Website : www.mitrailimumakassar.com



PEMBELAJARAN MATEMATIKA REALISTIK : TEORI & PRAKTEK

Dr. Ichdar Domu, M.Pd.



PEMBELAJARAN MATEMATIKA REALISTIK

(Teori & Praktek)



**PEMBELAJARAN MATEMATIKA
REALISTIK
(Teori & Praktek)**

Dr. Ichdar Domu, M.Pd.

**Mitra Ilmu
2023**

**PEMBELAJARAN MATEMATIKA
REALISTIK
(Teori & Praktek)**

Penulis :

Dr. Ichdar Domu, M.Pd.

Editor :

Navel Oktaviandy Mangelep, S.Pd., M.Pd.

ISBN: (Sementara Proses)

Desain Sampul dan Tata Letak:

Sulaiman

Penerbit :

Mitra Ilmu

Kantor:

Jl. Kesatuan 3 No. 11 Kelurahan Maccini Parang

Kecamatan Makassar Kota Makassar

Hp. 0813-4234-5219/081340021801

Email : mitrailmua@gmail.com

Website : www.mitrailmumakassar.com

Anggota IKAPI Nomor: 041/SSL/2022

Cetakan pertama: Juni 2023

Dilarang memperbanyak, menyalin, merekam sebagian atau seluruh bagian buku ini dalam bahasa atau bentuk apapun tanpa izin tertulis dari penerbit atau penulis.

DAFTAR ISI

Daftar Isi.....	iii
Kata Pengantar	iv
BAB 1 APA DAN MENGAPA PENDIDIKAN MATEMATIKA REALISTIK INDONESIA	1
BAB 2 PENGEMBANGAN DESAIN PEMBELAJARAN PMR	11
BAB 3 DESAIN PEMBELAJARAN PMR PADA MATERI OPERASI BILANGAN	29
BAB 4 DESAIN PEMBELAJARAN PMR PADA MATERI PENGUKURAN WAKTU	41
BAB 5 DESAIN PEMBELAJARAN PMR PADA MATERI STATISTIKA DAN DATA	61
BAB 6 DESAIN PEMBELAJARAN PMR PADA MATERI KELIPATAN PERSEKUTUAN TERKECIL	77
BAB 7 DESAIN PEMBELAJARAN PMR BERBASIS SOAL MATEMATIKA MODEL PISA	115
DAFTAR PUSTAKA	136

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis sampaikan kepada Tuhan Yang Maha Esa atas kasih dan rahmat-Nya sehingga buku ini bisa terselesaikan dengan baik. Penulisan buku ini mewujudkan pada kenyataan bahwa pembelajaran matematika membutuhkan inovasi dan kreatifitas dalam mengembangkan pembelajaran yang baik. Tentunya dengan menggunakan konteks yang terkait dengan kehidupan sehari-hari, maka pembelajaran matematika akan lebih menyenangkan dan berkesan bagi siswa.

Oleh karena itu, ketersediaan buku untuk terkait pembelajaran matematika realistik ini sangatlah penting. Namun karya sederhana ini masih berupa rintisan dan memerlukan pengembangan di kemudian hari. Dalam menyelesaikan buku ini banyak pihak yang sudah membantu baik secara materil maupun non materil.

Untuk itu, penulis mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dan menginspirasi dalam penyelesaian buku ini. Akhir kata, penulis menyadari bahwa buku ini masih jauh dari kesempurnaan dan memiliki banyak kekurangan. Semoga buku ini dapat memberikan banyak manfaat bagi kita semua, terutama bagi kemajuan pendidikan matematika. Amin.

Jun 2023

Penyusun

BAB 1

APA DAN MENGAPA

PENDIDIKAN MATEMATIKA REALISTIK

INDONESIA

A. Dasar Filosofi

Perspektif hari ini di PMR sangat dipengaruhi oleh pandangan Freudenthal (Heuvel-Panhuizen, 1998). Menurut Freudenthal, pembelajaran matematika harus dihubungkan dengan dunia nyata, siswa, dan kehidupan masyarakat agar dikaitkan dengan nilai-nilai kemanusiaan. Oleh karena itu, Freudenthal menganggap matematika sebagai aktivitas manusia. Pandangan matematika sebagai aktivitas manusia mengacu pada proses pembelajaran matematika, yang memberikan kesempatan kepada siswa untuk terlibat dalam kegiatan eksplorasi terhadap fenomena/peristiwa yang dapat mereka bayangkan untuk mengembangkan dan membangun pengetahuannya, berbeda dengan memandang pembelajaran matematika sebagai ilmu yang pembelajarannya melalui transfer (transfer ilmu). Dalam PMR, konsep belajar matematika dengan menyelidiki fenomena/peristiwa yang dapat dipahami siswa dikenal dengan Fenomenologi Didaktik.

Selain itu, pembelajaran matematika di PMR hendaknya memberikan kesempatan kepada siswa untuk mengalami *reinventing* konsep matematika melalui kegiatan yang memungkinkan mereka menemukan konsep tersebut di bawah bimbingan seorang ahli, dalam hal ini guru. Konsep ini akhirnya mendapat nama *Guided Reinvention* (proses penemuan terbimbing).

Selain dua konsep yang telah dibahas sebelumnya (*Didactical Phenomenology* dan *Guided Reinvention*), pembelajaran matematika dalam PMR memberikan ruang kreatif yang luas kepada siswa dimana mereka dapat mengembangkan representasi atau model matematika

untuk masalah matematika yang mereka hadapi dan kemudian menggunakan model tersebut untuk mengkomunikasikannya. konsep matematika yang mereka yakini. Konsep dalam PMR ini dikenal dengan Self-Developed Model (pengembangan mandiri model matematika). PMR mengidentifikasi dua kategori proses pemodelan (matematisasi) melalui kegiatan pemodelan ini: matematisasi horizontal dan matematisasi vertikal.

B. Matematisasi Horisontal

Pembelajaran matematika bukanlah kegiatan mentransfer pengetahuan yang tertutup (dikotomi, yaitu tidak memberi ruang kepada ilmuwan di luar domain yang sedang dibahas), melainkan kegiatan menemukan kembali konsep matematika melalui kegiatan pemodelan matematika terbuka (holistik) yang meningkatkan kemampuan matematika siswa untuk tingkat yang lebih abstrak dan formal. Matematisasi progresif adalah istilah untuk konsep ini dalam PMR (Freudenthal, 1968). Treffers (1978, 1987) kemudian merumuskan konsep matematisasi progresif dalam dua tahapan: horizontal dan vertikal.

Secara umum, kedua istilah ini dapat dipahami sebagai berikut:

1. Matematisasi horisontal

Pada tahap matematisasi horizontal, siswa membuat model matematis dari masalah yang dihadapi dengan menggunakan alat matematika yang mereka kenal untuk membantu mereka mengatur informasi masalah. Matematisasi horizontal adalah proses pemodelan masalah secara matematis berdasarkan masalah matematika yang diberikan.

2. Matematisasi Vertikal

Matematisasi vertikal mengikuti setelah matematisasi horizontal. Matematisasi vertikal adalah analisis atau reorganisasi model matematika

yang diperoleh dalam tahapan matematisasi horizontal untuk memecahkan masalah matematika yang diberikan dan mencapai pemahaman matematika yang lebih abstrak dan formal. Tahap ini melibatkan penemuan hubungan, konsep, dan keterkaitan antar konsep, dll, berdasarkan analisis model matematika yang ditemukan sebelumnya dengan menggunakan berbagai alat matematika.

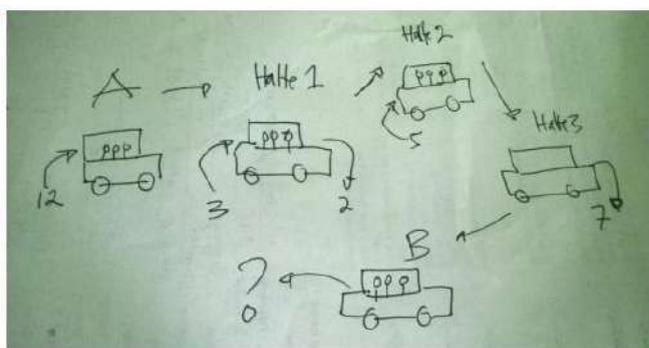
Untuk memperjelas, matematisasi horizontal melibatkan transisi dari ranah fenomena/peristiwa ke ranah simbol yang mewakili peristiwa tersebut. Sebaliknya, matematisasi vertikal diartikan sebagai proses memaknai dunia simbol untuk menemukan pola, aturan, hubungan, dll., untuk memecahkan masalah yang ada, serta sebagai sarana untuk mencapai tujuan yang lebih abstrak dan formal terkait pemahaman tentang matematika.

Untuk mengilustrasikan konsep matematika ini, perhatikan contoh soal berikut yang dirancang untuk meningkatkan pemahaman penjumlahan dan pengurangan di kalangan siswa sekolah dasar. "Rute bus adalah dari Stasiun A ke Stasiun B. Dari Stasiun A, dua belas penumpang naik bus. Dalam perjalanan, bus berhenti tiga kali. Di pemberhentian pertama, dua penumpang keluar dari kendaraan dan tiga penumpang naik. Di halte berikutnya tidak ada yang keluar, tapi naik 5 penumpang baru, di halte 3 turun 7 penumpang, jadi berapa banyak penumpang yang tiba di stasiun B?"

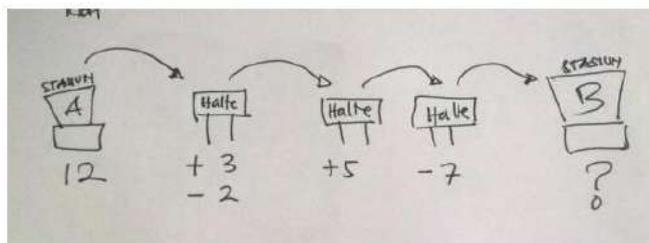
Siswa pada awalnya akan berusaha untuk merepresentasikan masalah dalam format yang lebih mudah dipahami sebelum menyelesaikannya. Misalnya, mengilustrasikan masalah secara visual, seperti pada Gambar 1.1, atau bahkan lebih abstrak, seperti pada Gambar 1.2. Proses pemodelan masalah seperti ini disebut sebagai matematisasi horizontal karena siswa berusaha untuk memodelkan masalah dengan

menggunakan alat matematika yang dia kenal untuk mengorganisasikan informasi masalah.

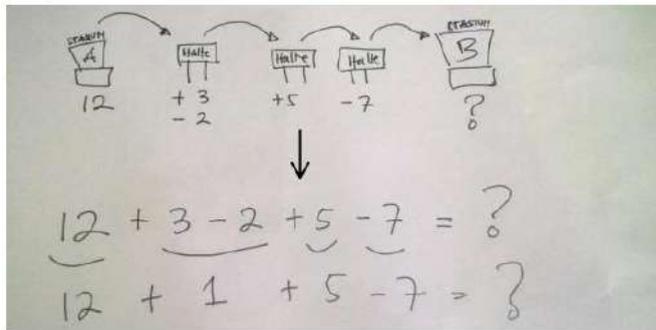
Seperti yang digambarkan pada Gambar 1.3, siswa mengembangkan solusi untuk masalah ini dalam bentuk yang lebih formal atau abstrak berdasarkan model matematisasi horisontal. Siswa berada dalam proses matematisasi vertikal dalam hal ini.



Gambar 1.1 Pengembangan model solusi oleh siswa pada level matematisasi horisontal



Gambar 1.2 Pengembangan model solusi oleh siswa pada level matematisasi horisontal



Gambar 1.3 Pengembangan model solusi oleh siswa pada level matematisasi vertical

Siswa diharapkan mampu menerapkan konsep matematika dalam dua proses matematisasi ke situasi lain dengan karakteristik masalah yang sama, yaitu penjumlahan dan pengurangan benda, berdasarkan inspirasi dan pemahaman yang diperoleh dari kedua proses tersebut. Sama halnya dengan menyelesaikan $8 + 6$, $7 + 5$, $5 + 2 + 6$, dst. Bila siswa mampu melakukannya, dikatakan telah mencapai pemahaman matematika yang baik. Mematikan horizontal dan vertikal sangat mirip dengan pemodelan matematika dari masalah dunia nyata yang diberikan. Proses pemodelan ini dalam PMR disebut sebagai “mode of” dan “model for”.

C. Pemodelan Matematika

Ketika menyelesaikan masalah matematika yang diberikan, siswa tidak hanya mengembangkan pemahaman mereka, akan tetapi juga secara bersamaan mengembangkan kemampuan mereka dalam mengembangkan model dan prangkat matematis.

Proses pengembangan yang dialami siswa dalam hal ini secara umum melalui tahap-tahap berikut ini:

1. Model dari masalah yang diberikan (Model of)

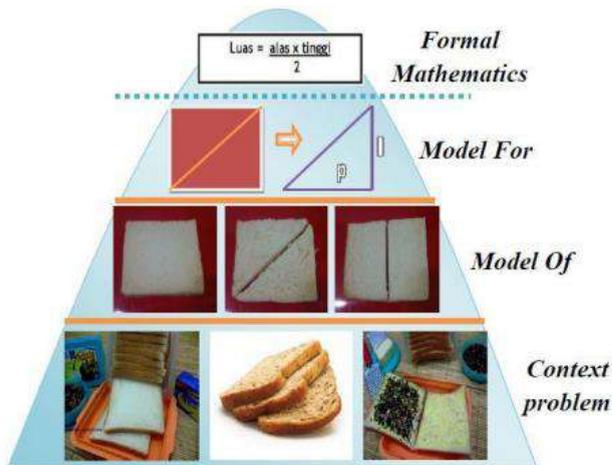
Ketika menyelesaikan masalah matematika, siswa mula-mula mengembangkan suatu strategi dan

model penyelesaian masalah yang sangat terkait dengan konteks masalah yang diberikan, yaitu model solusi dari masalah tersebut. Dari kasus Bis di atas, maka gambar 1.1 dan 1.2 dapat dikategorikan sebagai proses pemodelan pada level model dari masalah yang diberikan (Model of).

2. Model untuk masalah yang memiliki karakteristik yang sama (Model for)

Pada perkembangan selanjutnya, siswa mulai mengenal karakteristik yang bersifat umum dari masalah tersebut yang memungkinkan mereka untuk menyelesaikan masalah lainnya yang memiliki karakteristik yang sama dengan masalah tersebut. Akhirnya, model penyelesaian dari masalah-masalah yang memiliki karakter yang sama ini membantu siswa untuk mengembangkan model umum penyelesaian masalah yang memungkinkan siswa untuk sampai pada bentuk matematika yang lebih formal. Model penyelesaian dari masalah ini kemudian disebut sebagai model untuk masalah dengan karakteristik tertentu. Dari kasus Bis di atas, maka gambar 1.3 dan kemampuan siswa dalam menyelesaikan masalah yang serupa mengilustrasikan proses pemodelan pada level Model for

Ide mengenai proses model of dan mode for untuk mencapai pemahaman pada tingkat formal diilustrasikan Model Ice Berg pada gambar di bawah ini:



Gambar 1.4. Iceberg: Masalah -> Model of -> Model For
-> Matematika Formal

D. Realistik ≠ Kontekstual

Kata 'realistik' pada Pembelajaran Matematika Realistik (PMR) sering kali disalahmaknai oleh orang yang baru mengenal PMR. Mereka menganggap bahwa PMR adalah pembelajaran matematika mengenai dunia nyata dan oleh karena itu harus dimulai dari dunia nyata. Padahal tidak selalu demikian. Alasan penggunaan kata 'realistik' pada PMR tidak hanya dimaksudkan untuk menghubungkan dengan dunia nyata, akan tetapi dimaknai sebagai penekanan pada proses pembelajaran yang menghadirkan masalah matematika yang 'dapat dibayangkan oleh siswa'. Hal ini dikarenakan kata 'realistik' dalam bahasa Belanda (bahasa yang merupakan asal dari kata realistik pada PMR) di artikan sebagai "to imagine" yaitu usaha untuk membayangkan sesuatu di secara nyata di alam pikiran. Ini artinya bahwa masalah pembelajaran yang diberikan kepada siswa tidak harus berasal dari konteks nyata, akan tetapi dapat juga dari masalah yang sifatnya fantasi, fiktif, dibuat-buat, bahkan bentuk matematika formal dan abstrak dapat

menjadi masalah matematika yang cocok asalkan saja dapat dibayangkan oleh siswa, yaitu realistik bagi siswa.

E. Realistik vs Mekanistik

Penggunaan masalah-masalah dalam konteks sangat besar peranannya dalam PMR, karena hal tersebut membantu siswa dalam membayangkan masalah matematika yang dihadapinya. Hal ini sangat jauh berbeda dengan Pendekatan Matematika Mekanistik (PMM) dalam pembelajaran matematika yang sebagian besar isinya adalah masalah matematika yang hampa dan kurang bermakna bagi siswa.

Jika masalah kontekstual digunakan dalam PMM, maka masalah kontekstual tersebut dijadikan sebagai media untuk menyimpulkan suatu proses pembelajaran dimana masalah kontekstual dijadikan sebagai media untuk mengaplikasi pengetahuan yang sudah didapatkan sebelumnya, yaitu melalui aktifitas pembelajaran yang non kontekstual. Dalam PMR, hal ini jauh berbeda. Masalah kontekstual difungsikan sebagai salah satu sumber dalam proses pembelajaran. Dalam bahasa lainnya, masalah kontekstual dalam RME digunakan baik untuk mengangkat (menghadirkan) ataupun mengaplikasikan konsep matematika yang dipelajari siswa.

Perbedaan lainnya antara PMR dan PMM juga terletak pada proses dan penyajian topik pembelajaran. PMM dalam pelaksanaannya menerapkan proses pembelajaran yang sifatnya mekanistik, yaitu terfokus pada suatu prosedur pengajaran dimana topik-topik pembelajaran dibagi-bagi dalam bagian-bagian kecil yang tak bermakna; dan siswa diajarkan suatu prosedur baku penyelesaian masalah melalui latihan-latihan yang pada umumnya dilakukan secara individu.

PMR, di sisi lain, mengedepankan proses pembelajaran yang lebih kompleks guna membangun

pemahaman konsep yang lebih bermakna. Daripada menjadi penerima matematika yang sudah jadi (ready-made mathematics), siswa pada PMR dipandang sebagai pembelajar yang aktif dalam proses pembelajaran, dimana mereka mengembangkan prangkat, model, dan pemahaman mereka tentang matematika. Dalam hal ini, PMR memiliki kesamaan dengan pendekatan pembelajaran matematika berbasis Socio-Constructivist. Persamaan lainnya antara PMR dan Socio-Constructivist dalam pembelajaran matematika adalah pentingnya proses pembelajaran yang memberikan ruang kepada siswa untuk berbagi pengalaman belajar kepada siswa lainnya (pembelajaran kooperatif/kerjasama).

F. Karakteristik PMR

Berdasarkan penjelasan di atas, suatu proses pembelajaran dikatakan menerapkan PMR jika dalam proses pembelajaran tersebut menghadirkan 5 karakteristik dari PMR (Treffers, 1987), yaitu:

1. Penggunaan konteks, yaitu eksplorasi masalah matematika dalam suatu konteks yang dapat dibayangkan oleh siswa sebagai titik awal pembelajaran.
2. Penggunaan Model, yaitu pengembangan model dan prangkat matematika yang dilakukan oleh siswa atas masalah matematika yang diberikan (model of dan model for).
3. Pemanfaatan hasil kerja dan konstruksi siswa, yaitu penggunaan model solusi dan kontribusi siswa sebagai dasar pengembangan pengetahuan matematika siswa ke yang lebih tinggi atau lebih formal (progressive mathematization).
4. Proses pembelajaran berbasis interaktifitas, yaitu proses pembelajaran yang membuka ruang diskusi dan interaksi antara siswa dan siswa; dan siswa dan guru (kooperatif).

5. Pengkaitan dengan berbagai pengetahuan lainnya, yaitu proses pembelajaran yang bersifat terbuka dan holistik dimana pengetahuan-pengetahuan baik dalam ataupun luar matematika dapat berkontribusi dalam proses pembelajaran.

BAB 2

PENGEMBANGAN DESAIN PEMBELAJARAN PMR

A. Standar Bahan Ajar PMR

1. Bahan ajar menggunakan permasalahan realistik untuk memotivasi siswa dan membantu siswa dalam memahami konsep matematika.
2. Bahan ajar mengaitkan berbagai konsep matematika untuk memberi kesempatan bagi siswa belajar matematika secara utuh, yaitu menyadari bahwa konsep – konsep dalam matematika saling berkaitan.
3. Bahan ajar memuat materi pengayaan dan remidi untuk mengakomodasi perbedaan cara berpikir siswa.
4. Bahan ajar memuat petunjuk tentang kegiatan yang memotivasi siswa menjadi lebih kreatif dan inovatif dalam mengembangkan strategi.
5. Bahan ajar memuat petunjuk tentang aktivitas yang mengembangkan interaksi dan kerja sama antar siswa.

B. PENELITIAN PENGEMBANGAN (DEVELOPMENT RESEARCH) BERBASIS PMR

Penelitian pengembangan atau *development research*. Penelitian pengembangan ini adalah jenis penelitian yang ditujukan untuk menghasilkan materi ajar yang valid dan praktis. Penelitian ini dilakukan dalam dua tahap yaitu tahap *preliminary* yaitu persiapan dan tahap *formative evaluation* (Tessmer, 1993) yang meliputi *self evaluation*, *prototyping* (*expert reviews* dan *one-to-one*, dan *small group*), serta *field test*.

1. Tahap *Preliminary*

Pada tahap ini peneliti menentukan tempat dan subjek penelitian dengan cara menghubungi Kepala

Sekolah dan guru mata pelajaran matematika di sekolah yang akan dijadikan lokasi penelitian serta mengadakan persiapan-persiapan lainnya, seperti mengatur jadwal penelitian dan prosedur kerjasama dengan guru kelas yang akan dijadikan tempat penelitian.

2. Tahap *Formative Evaluation*

2.1 *Self Evaluation*

2.1.1 Analisis

Tahap ini merupakan langkah awal penelitian pengembangan. Peneliti dalam hal ini akan melakukan analisis siswa dan analisis kurikulum SD.

2.1.2 Desain

Pada tahap ini peneliti mendesain perangkat soal yang meliputi pendesainan kisi-kisi yang didasarkan pada indikator komunikasi matematis. Proses pendesainan soal dilakukan dengan *prototyping* menggunakan tiga karakteristik, yaitu isi, konstruk, dan bahasa.

Tabel 2.1 Karakteristik yang menjadi fokus *prototype*

1.	Konten	Soal Kurikulum
2.	Konstruk	Materi ajar sesuai dengan kriteria teori pembelajaran PMR
3.	Bahasa	<ul style="list-style-type: none"> • Sesuai dengan EYD • Soal tidak berbelit-belit • Soal tidak mengandung penafsiran ganda • Batasan pertanyaan dan jawaban jelas

Ketiga karakteristik ini divalidasi oleh pakar dan teman sejawat. Cara ini dikenal dengan teknik triangulasi. Pada tahap ini juga

akan dilakukan penilaian terhadap pendesainan materi ajar oleh peneliti sendiri. Hasil pendesainan ini disebut sebagai prototipe pertama.

2.2 Prototyping

Hasil desain pada prototipe pertama yang dikembangkan atas dasar *self evaluation* diberikan pada pakar (*expert review*) dan siswa (*one-to-one*) secara paralel. Dari hasil keduanya dijadikan bahan revisi. Hasil revisi pada prototipe pertama dinamakan dengan prototipe kedua.

2.2.1. Uji Pakar (*expert reviews*)

Pada tahap uji coba pakar disini atau biasanya disebut uji validitas, produk yang telah didesain akan dicermati, dinilai dan dievaluasi oleh pakar. Pakar-pakar tadi akan menelaah konten, konstruk dan bahasa dari masing-masing *prototype*. Saran-saran para pakar akan digunakan untuk merevisi soal yang telah dikembangkan.

Pada tahap ini, tanggapan dan saran dari para pakar (validator) tentang desain yang telah dibuat, saran-saran validator ditulis pada lembar validasi sebagai bahan merevisi dan menyatakan bahwa materi ajar tersebut telah valid.

Adapun saran ataupun masukan dari validator untuk pengembangan soal dan keputusan revisi disajikan dalam tabel 2.2. berikut:

Tabel 2.2. Komentar/Saran dan keputusan revisi dari validator untuk pengembangan Materi Ajar

Komentar/Saran	Keputusan revisi

2.2.2. *one-to-one*

Pada tahap *one-to-one* ini, peneliti memanfaatkan siswa sebagai *tester*. Hasil komentar siswa akan digunakan untuk merevisi desain soal yang telah dibuat.

2.2.3. *Small Group* (kelompok kecil)

Hasil revisi dari *expert* dan kesulitan yang dialami siswa saat uji coba pada prototipe pertama dijadikan dasar untuk merevisi desain prototipe pertama dan menghasilkan prototipe kedua. Kemudian hasilnya diujicobakan pada *small group* (6 orang siswa sebaya non subjek penelitian).

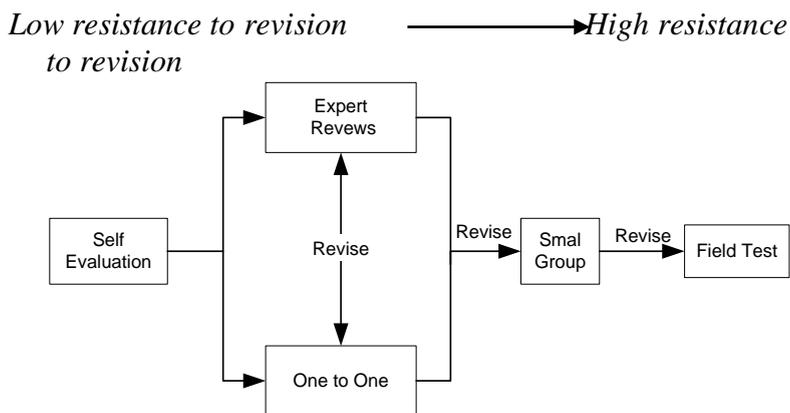
Pada tahap ini akan diminta 6 orang siswa untuk menyelesaikan soal yang telah didesain. Siswa-siswa tersebut memiliki karakteristik yang sama dengan karakteristik siswa yang akan dijadikan sasaran penelitian. Selanjutnya mereka diberikan soal tes dan juga diminta memberikan komentar terhadap soal tersebut melalui lembar respon siswa. Berdasarkan hasil tes dan komentar siswa inilah produk direvisi dan diperbaiki.

2.3 *Field Test* (Uji lapangan)

Saran-saran serta hasil uji coba pada prototipe kedua dijadikan dasar untuk merevisi desain *prototype* kedua tersebut. Hasil revisi diujicobakan ke subjek penelitian dalam hal ini sebagai *field test*.

Produk yang telah diujicobakan pada *field test* tadi haruslah produk yang telah memenuhi kriteria kualitas. Akker (1999: 126) mengemukakan bahwa tiga kriteria kualitas adalah: validitas, kepraktisan dan efektivitas (memiliki efek potensial). Suatu perangkat pembelajaran yang memiliki validitas baik jika soal-soal tersebut mampu mengukur kemampuan komunikasi matematis siswa yang seharusnya dikuasai sesuai dengan konten pembelajaran yang tercantum dalam indikator

pembelajaran. Kepraktisan berarti produk mudah digunakan oleh pengguna dalam hal ini siswa. Adapun alur desain *formative evaluation* sebagai berikut:



Gambar 2.1. Alur Desain *formative evaluation* (Tessmer, 1993)

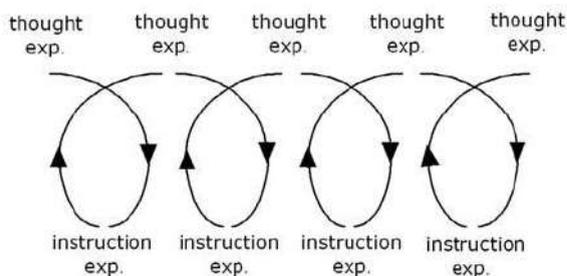
C. PENELITIAN DESAIN (*DESIGN RESEARCH*)

Metode *design research* merupakan suatu cara yang tepat untuk menjawab pertanyaan penelitian dan mencapai tujuan penelitian. Menurut Gravemeijer dan Eerde (2009) menyatakan bahwa *design research* adalah suatu metode penelitian yang bertujuan mengembangkan *local instructional theory* dengan kerjasama antara peneliti dan guru untuk meningkatkan kualitas pembelajaran. Selanjutnya Wang & Hannafin (dalam Simonson, 2006; Wijaya 2008) juga mendefinisikan *design research* sebagai metodologi yang sistematis tetapi fleksibel ditujukan untuk meningkatkan kepraktisan pengajaran melalui analisis berulang, desain berulang, dan implementasi, yang mengacu pada kolaborasi antara peneliti dan praktisi dengan situasi kehidupan sehari-hari, dan mengarah pada prinsip dan teori desain yang sensitif-kontekstual. Sederetan aktivitas

siwa terdiri dari konjektur strategi dan pemikiran siswa akan dikembangkan dalam penelitian ini. Oleh karena itu dalam penelitian ini akan didesain aktivitas – aktivitas yang berdasarkan pada pengalaman siswa yaitu aktivitas yang akrab bagi siswa sebagai suatu pendekatan untuk memahami topik tertentu.

1. *Design research* merupakan metodologi yang mempunyai lima karakteristik. Akker et al (2006) membagi karakteristik tersebut sebagai berikut:
2. *Interventionist nature*: design research bersifat fleksibel karena desain aktivitas pembelajaran dapat diubah selama penelitian untuk mengatur situasi pembelajaran.
3. *Process oriented*: Desain berdasarkan rencana pembelajaran dan alat atau perangkat yang digunakan untuk membantu pembelajaran tersebut.
4. *Reflective component*: Setelah implementasi desain aktivitas pembelajaran, konjektur dari tiap analisis proses pembelajaran di bandingkan dengan proses pembelajaran yang sebenarnya.
5. *Cyclic character*: adanya proses evaluasi dan revisi. Proses pembelajaran yang sebenarnya digunakan sebagai dasar untuk merevisi aktivitas berikutnya.
6. *Theory oriented*: desain berdasarkan pada teori dan harus berhubungan dengan uji coba pengajaran (*teaching experiment*) yang sebenarnya.

Pelaksanaan penelitian *design research* merupakan a *cyclical process of thought experiment and instruction experiments* (Gravemeijer 1994; Sembiring, Hoogland dan Dolk, 2010). Proses siklik (berulang) yang dimaksudkan adalah dari eksperimen pemikiran (*thought experiment*) kemudian eksperiment pembelajaran (*instruction experiments*), sebagaimana yang digambarkan di bawah ini:



Gambar 1.2. Proses siklik antara teori dan percobaan pada *design research*

Penelitian ini terdiri dari tiga tahap yang dapat dilakukan secara berulang-ulang sampai ditemukannya teori baru yang merupakan hasil revisi dari teori pembelajaran yang diujicobakan. Berikut tahap-tahap dalam *design research*:

1. Tahap I: *Preliminary Design*

Pada tahap ini dilakukan suatu kajian literatur mengenai topik tertentu, pendidikan matematika realistik dan analisis materi kurikulum matematika pada topik tertentu sehingga dapat dibentuk suatu konjektur dari strategi dan pemikiran siswa. Kemudian dilanjutkan dengan melakukan diskusi antara peneliti dan guru mengenai kondisi kelas, keperluan penelitian, jadwal dan cara pelaksanaan penelitian dengan guru yang bersangkutan.

Pada tahap ini juga peneliti mendesain *learning trajectory* dan *hypothetical learning trajectory*. Konjektur dari *local instructional theory* diformulasikan yang terdiri dari tujuan pembelajaran, aktivitas pembelajaran, dan perangkat untuk membantu proses pembelajaran. Konjektur ini bertujuan sebagai pedoman (*guide*) untuk mengantisipasi strategi dan cara berpikir siswa yang muncul dan berkembang pada aktivitas pembelajaran. Konjektur bersifat dinamis dan dapat diatur dan direvisi selama proses pembelajaran yang

sebenarnya (*teaching experiment*).

2. Tahap II: *Teaching Experiment*

Pada tahap kedua ini adalah mengujicobakan kegiatan pembelajaran yang telah didesain pada tahap pertama di kelas. Ujicoba ini bertujuan untuk mengeksplorasi dan menganalisis strategi dan pemikiran siswa selama proses pembelajaran yang sebenarnya. Selama proses pembelajaran berlangsung, konjektur dapat dimodifikasi sebagai revisi *local instructional theory* untuk aktivitas berikutnya. Pada tahap ini sederetan aktivitas pembelajaran dilakukan lalu peneliti mengobservasi dan menganalisa apa saja yang terjadi selama proses pembelajaran yang berlangsung di kelas. Proses ini bertujuan untuk mengevaluasi konjektur-konjektur yang terdapat pada aktivitas pembelajaran. Uji coba pengajaran ini direkam dengan menggunakan dokumentasi foto dan video. Hasil kerja siswa juga dikumpulkan dan beberapa siswa dipilih untuk diwawancarai.

3. Tahap III: *Retrospective analysis*

Setelah uji coba, data yang diperoleh dari aktivitas pembelajaran di kelas dianalisis dan hasil analisis tersebut digunakan untuk merencanakan kegiatan ataupun untuk mengembangkan rancangan pada kegiatan pembelajaran berikutnya. Tujuan dari *retrospective analysis* secara umum adalah untuk mengembangkan *local instructional theory*. Pada tahap ini HLT dibandingkan dengan pembelajaran siswa yang sebenarnya.

Contoh bahan ajar yang telah melalui uji validasi dan kepraktisan.

1.1 Sifat-sifat Operasi Hitung

Sifat Komutatif (Pertukaran)

BERMAIN EKAR



Pernahkah kamu bermain ekar? Kalau di Pulau Jawa namanya gundu, biasanya dimainkan oleh anak-anak seusiamu. Pada gambar dapat dilihat kegiatan anak bermain ekar. Cobalah ceritakan pengalaman kamu!

A large, empty rounded rectangular box provided for the student to write their answer to the question.

KEGIATAN

Membagi Ekar

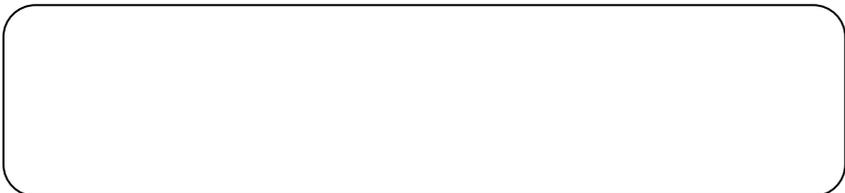
Alat dan bahan : ekar (gundu/kelereng)

Tujuan : melakukan operasi hitung dengan menggunakan sifat operasi hitung.

Cara Kerja:

Ayo ikuti langkah-langkah berikut ini!

1. Kerjakanlah kegiatan ini dengan teman sekelompokmu. Satu kelompok terdiri dari 2 orang.
2. Tiap kelompok diberi dua mangkuk ekar, masing-masing mangkuk berisi 4 ekar dan 6 ekar.
3. Ambil 4 ekar dalam mangkuk, kemudian bagi dua. Gambarkanlah kemungkinan susunan yang terjadi. Diskusikanlah hasil jawabanmu!
4. Bagikanlah 6 ekar dengan teman sekelompokmu. Gambarkanlah kemungkinan susunan yang terjadi. Diskusikanlah hasil jawabanmu!



Perhatikan konteks berikut ini!

MENGHITUNG BALON

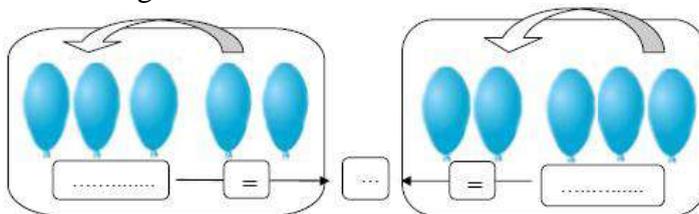


Wibi sedang memegang tiga balon di tangan kanannya dan dua balon di tangan kirinya. Berapa banyak balon seluruhnya?

Handi sedang memegang dua balon di tangan kanannya dan tiga balon di tangan kirinya. Berapa banyak balon seluruhnya?

Apakah banyaknya balon yang dipegang Wibi dan Handi sama? Jelaskan!

Perhatikan gambar di bawah ini.



**LEMBAR OBSERVASI PENGELOLAAN
PEMBELAJARAN MATEMATIKA DENGAN
PENDEKATAN PMR/RME**

Tempat :

Mata Pelajaran : Matematika

Hari/ Tanggal :

Materi Pokok :

Petunjuk : Berilah tanda cek (√) pada kolom yang disediakan sesuai dengan indikator yang muncul

No.	Indikator	Ya	Tidak
	<p>Awal Pelajaran</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Guru mengenalkan konteks yang dipakai sebagai titik tolak pelajaran 2. Guru siap dan tenang untuk memulai pelajaran 3. Guru meriview pr (jika ada pr sebelumnya) 4. Guru memberikan apersepsi dengan mengaitkan pelajaran dengan pelajaran lalu atau konsep matematika sebelumnya. 5. Guru menjelaskan bagaimana peserta bekerja baik secara individual maupun kelompok. 6. Guru memberikan pengarahan bagaimana menggunakan waktu yang tersedia. 7. Guru menyediakan materi pelajaran berupa buku peserta dan 		

	<p>kegiatan peserta</p> <ol style="list-style-type: none"> 8. Guru mengarahkan peserta untuk bekerja pada lembar kegiatan secara individual sebelum bekerja kelompok 9. Guru menanggapi secara positif jawaban, pertanyaan dan komentar peserta 10. Beberapa orang peserta memberikan contoh mereka saat guru bertanya tentang contoh konteks yang dipakai dalam pelajaran saat itu 11. Beberapa peserta memberikan komentar dan mengajukan pertanyaan tentang pelajaran <p><i>Faktor yang tidak boleh terjadi</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 12. Guru tampak bingung tentang pelajaran 13. Guru mengenalkan konteks dengan cara kurang baik atau kurang jelas 14. Guru menanggapi secara negatif jawaban, pertanyaan dan komentar peserta <ul style="list-style-type: none"> • Jumlah peserta dalam ruang kelas : orang 		
II	<p>Aktivitas saat pelajaran berlangsung</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Guru membimbing peserta menemukan konsep matematika menggunakan model seperti gambar, diagram, tabel dan lain-lain. 2. Guru mengelola kelas secara interaktif. 		

	<ol style="list-style-type: none"> 3. Guru membawa dan menggunakan jawaban peserta sebagai topik dalam diskusi. 4. Guru mengingatkan peserta bahwa konsep matematika terkait dengan topik- topik lainnya maupun dengan pelajaran lain. 5. Berdasarkan saran guru, peserta membuat kelompok sendiri 6. Peserta bekerja sendiri dulu sebelum bekerjasama dalam kelompok 7. Guru membimbing peserta bila diminta tapi tidak segera atau secara langsung. 8. Guru membimbing peserta melalui pertanyaan- pertanyaan. 9. Guru memotivasi peserta untuk membandingkan jawaban mereka dengan sesama pasangan kelompoknya. 10. Guru berkeliling ke setiap kelompok dan sekali- kali bergabung dengan peserta melakukan aktivitas matematika. 11. Guru memotivasi peserta khususnya kelompok yang kurang aktif berperan serta. 12. lebih dari 75 % peserta aktif di dalam kelompoknya. 13. Guru mengarahkan peserta untuk menyajikan jawaban mereka di depan 14. Guru mengarahkan peserta lainnya untuk bereaksi (mendebat baik setuju atau tidak setuju) terhadap 		
--	---	--	--

III	<p>jawaban temannya.</p> <p>15. Paling tidak seorang peserta dari setiap kelompok menyajikan solusi mereka.</p> <p>16. Paling tidak seorang peserta dari setiap kelompok mengkomunikasikan argumentasi mereka terhadap jawaban kelompok lain.</p> <p>17. Guru mengorganisasikan diskusi kelas yang bertujuan mencari strategi atau solusi yang paling efisien dari berbagai jawaban informal peserta.</p> <p>18. Beberapa peserta mengkomunikasikan alasan atau bukti jawaban mereka.</p> <p>Faktor yang tidak boleh terjadi</p> <p>19. Guru langsung memberikan konsep matematika atau rumus matematika kepada peserta.</p> <p>20. Guru menanggapi secara negatif jawaban, pertanyaan serta sikap peserta.</p> <p>21. Guru memberikan alternatif solusi terlalu cepat sehingga peserta tidak sempat lagi mencari sendiri</p> <p>22. Guru memberikan jawaban atau pengertian yang salah</p> <ul style="list-style-type: none"> • Total Kelompok : • Total peserta dalam setiap kelompok : • Total peserta yang mempresentasikan jawabannya : • Total peserta yang 		
-----	---	--	--

	<p>mengkomunikasikan argumentasinya:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Total peserta yang secara jelas tidak memberikan perhatian pada pelajaran yang sedang berlangsung : <p>Akhir Pelajaran</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Guru menyimpulkan pelajaran berdasarkan pada solusi/ kontribusi peserta setelah diskusi. 2. Guru mengevaluasi peserta di akhir unit menggunakan soal- soal yang merupakan aplikasi dan terkait dengan topik- topik lain sehingga dapat menajamkan pengetahuan peserta akan konsep yang baru dipelajarinya. 3. Beberapa orang peserta menarik kesimpulan dari pelajaran saat itu. 4. Guru mengarahkan kesimpulan-kesimpulan peserta. 5. Semua peserta mengerjakan assessment akhir unit yang berisikan soal- soal kesimpulan atau soal yang relevan terhadap konsep pada kesimpulan. 6. Semua peserta mengumpulkan lembar kegiatan mereka segera setelah guru memberi komando. <p>Faktor yang tidak boleh terjadi</p> <ol style="list-style-type: none"> 7. Guru menyimpulkan pelajaran berdasarkan pendapat sendiri. 8. Guru tidak memberikan assessment akhir atau pekerjaan rumah. 9. Lebih dari sepertiga total peserta tidak konsentrasi pada pelajaran 		
--	--	--	--

	(tidak memberikan perhatian) 10. Guru tidak menggunakan waktu yang tersedia dengan efisien. <ul style="list-style-type: none">• Total waktu yang digunakan untuk menyelesaikan pelajaran: Komentar tambahan :		
--	--	--	--

Observer,

()

BAB 3

DESAIN PEMBELAJARAN PMR PADA MATERI OPERASI BILANGAN

A. Pendahuluan

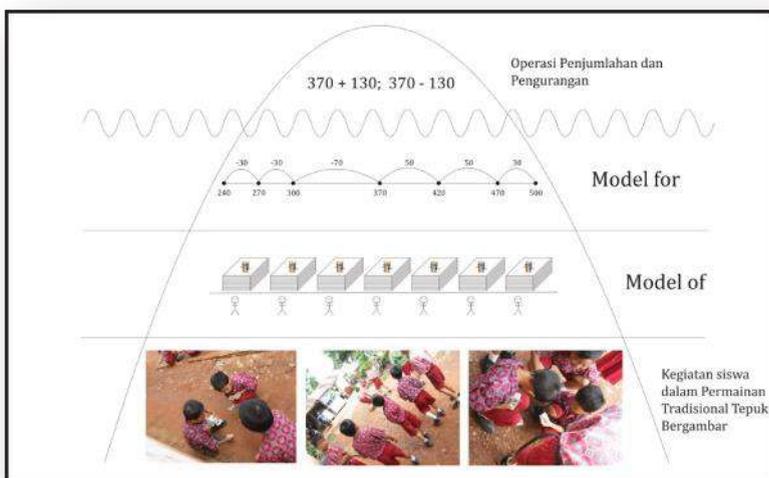
Pembelajaran bilangan di tingkat SD menjadi penting untuk pembelajaran topik lainnya (Freudhental, 1973; NCTM, 2000), ini dikarenakan, pembelajaran bilangan, cenderung untuk pemahaman tentang notasi, symbol, dan bentuk lain yang diwakilinya (baca: bilangan acuan), sehingga dapat mendukung pemikiran dan pemahaman anak, untuk menyelesaikan masalah mereka (NCTM, 2000). Oleh karena itu, pembelajaran operasi bilangan di tingkat SD, menjadi salah satu pengetahuan prasyarat, yang harus dimiliki siswa, untuk melangkah ke topik pembelajaran matematika berikutnya.

Sejalan dengan pernyataan dari karakteristik pertama PMR yaitu *phenomenological exploration or the use of contexts* (menggunakan masalah kontekstual), penggunaan konteks sangat penting diperkenalkan pada siswa. Soal kontekstual matematika merupakan soal-soal matematika yang menggunakan berbagai konteks sehingga menghadirkan situasi yang pernah dialami secara real bagi siswa (Zulkardi dan Ratu Ilma, 2006). Pada soal tersebut, konteks harus sesuai dengan konsep matematika yang sedang dipelajari. Konteks itu sendiri dapat diartikan dengan situasi atau fenomena yang terkait dengan konsep matematika yang sedang dipelajari.

Tujuan dari penggunaan konteks adalah untuk menopang terlaksananya proses *guided reinvention*. Nasrullah (2011) merancang permainan tradisional sebagai pendukung pembelajaran bilangan dengan konteks bermain satu rumah. Permainan tradisional Indonesia dapat digunakan sebagai sumber pembelajaran matematika untuk mendukung aktivitas siswa. Ia dapat

dijadikan konteks pada pembelajaran matematika karena merupakan situasi yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari siswa dengan teman sepermainannya. Selain itu, benda-benda sederhana yang sering ditemui siswa seperti batu dan permen, serta kebiasaan siswa dalam membagi secara adil, juga dapat dijadikan suatu konteks pembelajaran Faktor Persekutuan Terbesar (Charitas, 2010). Dalam setiap konteks yang diberikan dalam pembelajaran, siswa diajarkan untuk berkelompok, menentukan strategi, berkomunikasi, bekerjasama, dan yang terpenting adalah merasakan bahwasanya matematika itu sebagai kegiatan sehari-hari dalam kehidupan mereka (*mathematics as a human activity*). Aspek inilah yang dapat menjadikan suatu konteks sebagai pembelajaran. Untuk itu, pada bagian ini kita akan mencobakan Permainan Tradisional Tepuk Bergambar (PT2B) sebagai konteks dalam pembelajaran operasi bilangan.

Desain pembelajaran yang dilakukan dalam pembelajaran ini adalah serangkaian kegiatan, yang dimulai dengan aktivitas berbasis pengalaman (baca: PT2B), sampai menuju kepada konsep operasi bilangan. Setiap tingkatan dalam aktivitas tersebut harus disesuaikan dengan tingkatan pemahaman siswa dan harus dikoordinasikan dengan guru kelas untuk mendapatkan hasil pembelajaran yang sukses, karena guru kelas yang sangat mengetahui kemampuan siswa di kelas-nya (Charitas, 2010). Sekumpulan aktifitas untuk operasi penjumlahan dan pengurangan telah di desain berdasarkan lintasan belajar dan proses berfikir siswa yang dihipotesakan.



Gambar 1. Iceberg operasi penjumlahan dan pengurangan

B. Pendesainan Pembelajaran PMR

Berdasarkan standar PMR yang telah dijelaskan pada bab sebelumnya, maka kami mencoba mendesain pembelajaran yang berdasarkan standar PMR dan lintasan belajar mengenai aktivitas pembelajaran operasi bilangan sebagaimana yang tampak pada gambar 1 (RPP Terlampir), yaitu sebagai berikut:

1. **Aktivitas bermain tepuk bergambar sebagai *starting point* untuk pembelajaran operasi penjumlahan dan pengurangan**

Siswa melakukan permainan tradisional tepuk bergambar secara bebas dengan pasangannya. Selanjutnya, mereka menyelesaikan permasalahan situasional terkait aktivitas permainan tersebut. Dalam aktivitas ini, guru mengawali pembelajaran dengan membagi siswa ke dalam kelompok yang terdiri dari 2 siswa di tiap kelompok dan menyampaikan rambu-rambu yang harus diikuti siswa dalam proses pembelajaran berkelompok.

Kemudian, guru bercerita tentang permainan tepuk bergambar, menanyakan ke siswa tentang permainan tersebut, dan mencobakannya di depan kelas bersama dengan murid. Selanjutnya, guru memberikan kartu bergambar dan Lembar Kerja Siswa (LKS) kepada setiap kelompok dan menginstruksikan ke siswa untuk menyelesaikan permasalahan pada LKS yang diberikan. Terakhir, siswa di ajak untuk mempresentasikan pekerjaannya di depan kelas untuk didiskusikan nantinya.

Tujuan Aktivitas

Untuk mengetahui kemampuan siswa dalam mengidentifikasi proses operasi penjumlahan dan pengurangan dalam permainan tersebut, dengan harapan muncul “bahasa siswa” untuk penjumlahan yaitu kemenangan dan pengurangan yaitu kekalahan.

Konjektur

• Pada awal pembelajaran

Guru bertanya kepada siswa terkait nama-nama permainan yang sering mereka mainkan sehari-hari dan apakah siswa suka memainkannya. Kemudian guru menanyakan, apakah mereka mengenal permainan tepuk bergambar atau tepukan dan pernah memainkannya.

➤ *Coba sebutkan nama-nama permainan yang sering kalian mainkan sehari-hari?*

Guru menggunakan kata “sering” untuk menstimulasi siswa agar mereka menyadari bahwa aktivitas yang dilakukannya terjadi secara teratur dan berulang.

Kemungkinan jawaban siswa:

Main kelereng, tepukan, ambulan, sepak bola, lompat tali, petak umpet.

➤ *Ada yang tau dan sering bermain permainan tepuk bergambar atau tepukan?*

Kata “tau dan sering” diajukan untuk mengetahui informasi apakah siswa sudah mengenal permainan tersebut atau belum dan terbiasa memainkannya. Dari pertanyaan ini diharapkan siswa telah mengetahui dan paham tentang tata cara permainan tersebut, sehingga mempermudah proses pembelajaran berikutnya.

Kemungkinan jawaban siswa:

Tau, tidak tau, sering main saat jam istirahat

- *Ada yang bisa dan mau mempraktekkannya di depan kelas?*

Guru mengajak siswa mempraktekkannya di depan kelas dengan harapan mengingatkan kembali tentang tata cara permainan tersebut, sehingga terjadi kesamaan aturan permainan di kelas tersebut.

Kemungkinan jawaban siswa:

Mau, bisa, tidak mau, tidak bisa

- **Pertanyaan dan pernyataan yang terdapat pada Lembar Kerja Siswa (LKS) yaitu:**

- *Bayarannya?*

Melalui pertanyaan ini diharapkan siswa dapat membuat kesepakatan sejumlah kartu gambar yang nantinya akan diberikan atau diterima dalam proses permainan ini, dimana jumlah kartu gambar tersebut, nantinya, merupakan bilangan yang akan diproses ke dalam operasi penjumlahan maupun pengurangan dalam pembelajaran ini. Dalam permainan ini, jumlah kartu bergambar yang diberikan di awal permainan adalah + 40 lembar.

Kemungkinan jawaban siswa:

- 1-10.

Siswa yang memberikan jawaban antara 1-10, menunjukkan bahwa dia khawatir kehabisan kartu bergambar dengan cepat dan lebih murah menghitungnya dalam proses permainannya.

- 10-30.

Siswa yang memberikan jawaban seperti ini merupakan tipe siswa yang suka melakukan permainan ini dan memiliki dasar operasi bilangan yang baik.

- 30-40

Siswa yang memberikan jawaban seperti ini, berharap permainan segera berakhir tanpa proses menghitung secara berlebihan.

➤ (1), dan (2) bermain “Tepuk Gambar” (tepukan) sebanyak 7 kali.

Pernyataan ini memandu siswa untuk ikut serta dalam pembelajaran ini, agar pembelajaran ini lebih interaktif bagi siswa. Nantinya, siswa akan mengisi nama mereka pada tempat yang telah disediakan dan mengetahui bahwa mereka hanya bermain sebanyak 7 kali dalam permainan ini.

➤ Saat bermain, isilah tabel di bawah ini:

Nama Pemain	Permainan 1 (menang atau kalah)	Permainan 2 (menang atau kalah)	Permainan 3 (menang atau kalah)	Permainan 4 (menang atau kalah)	Permainan 5 (menang atau kalah)	Permainan 6 (menang atau kalah)	Permainan 7 (menang atau kalah)	Sisa Gambar

Pertanyaan di atas diajukan untuk mengetahui kemampuan siswa dalam memahami permainan ini dan kaitannya dengan proses operasi penjumlahan dan pengurangan selama permainan.

Kemungkinan jawaban siswa:

- Siswa dapat dengan benar mengisi semua tabel yang diberikan
Siswa yang seperti ini memiliki pemahaman atas permainan yang sedang mereka mainkan ditambah dengan kemampuannya yang baik dalam melakukan operasi penjumlahan dan pengurangan
- Siswa dapat dengan benar mengisi sebahagian dari tabel yang diberikan
Siswa tersebut memiliki pemahaman atas permainan yang sedang mereka mainkan, tetapi belum memiliki kemampuan yang baik dalam melakukan operasi penjumlahan dan pengurangan
- Siswa tidak dapat mengisi dengan benar semua tabel yang diberikan
Siswa ini belum memiliki pemahaman atas permainan yang sedang mereka mainkan ditambah dengan kemampuannya yang belum baik dalam melakukan operasi penjumlahan dan pengurangan

2. Diskusi kelas sebagai stimulasi dan dukungan untuk pemahaman operasi bilangan

Diskusi kelas dilakukan untuk mengeksplorasi lebih lanjut jawaban siswa yang dituliskan pada lembar kerja siswa. Diskusi juga dilakukan untuk meluruskan pemahaman siswa agar sesuai dengan tujuan yang diharapkan. Berbagai jawaban siswa dengan strategi yang berbeda dapat dibahas, sehingga pada akhirnya siswa dapat memilih strategi yang lebih efektif untuk mereka. Pada akhir diskusi guru mengarahkan agar siswa menarik kesimpulan dari pembelajaran yang dilakukan. Adapun hal-hal

yang perlu didiskusikan antara guru dan siswa dalam tahapan ini adalah sebagai berikut:

- Diskusi untuk menentukan kartu bergambar yang disepakati (“bayaran”) dalam permainan ini yang nantinya berpengaruh dalam penambahan atau pengurangan kartu bergambar yang dimiliki siswa di akhir permainan
- Diskusi untuk menentukan hubungan jumlah kemenangan dengan bertambahnya kartu bergambar yang dimiliki oleh siswa di akhir permainan.
- Diskusi untuk menentukan hubungan jumlah kekalahan dengan berkurangnya kartu bergambar yang dimiliki oleh siswa di akhir permainan.

C. Implementasi Desain Pembelajaran di kelas

Pada tahapan ini, kami mengujicobakan aktivitas pembelajaran yang telah didesain sebelumnya, dengan penjelasan mengenai proses pembelajarannya sebagai berikut.

1. Aktivitas bermain tepuk bergambar sebagai *starting point* untuk pembelajaran operasi penjumlahan dan pengurangan

Sebagaimana yang telah didesain, maka aktivitas ini bertujuan untuk memunculkan bahasa siswa mengenai proses penjumlahan dan pengurangan dalam permainan tepuk bergambar. Untuk memunculkannya, siswa diberikan konteks permainan tepuk bergambar yang merupakan suatu permainan yang sangat dikenal siswa dan sering mereka mainkan saat waktu istirahat di sekolah, dimana ketika seseorang kalah dalam permainan tersebut, maka dia harus memberikan sejumlah gambar, sesuai kesepakatan, kepada orang yang mengalahkannya. Sebelum memulai permainan, guru mengenalkan konteks permainan ini dan

menanyakan kepada siswa, siapa yang pernah melakukan permainan ini dan hampir seluruh siswa menjawab pernah bermain, seperti kutipan dialog pada awal pembelajaran di bawah ini:

Guru : “Pernah main ambulanan?”

Siswa : “Pernah” jawab seluruh siswa secara bersamaan

Guru : “Pernah, main ambulanan?” guru menanyakan kembali

Siswa : “Pernah” jawab seluruh siswa secara bersamaan dengan lebih tegas

Kata-kata “pernah” yang disampaikan 2 kali oleh siswa, menunjukkan bahwa permainan ini sangat dekat dengan siswa. Adapun konteks melalui permainan ini bertujuan untuk memberikan situasi permasalahan kontekstual yang dekat dengan siswa, sehingga, dapat membangun sense operasi bilangan kepada siswa.

Pendeskripsian aktivitas pada proses pembelajaran ini, dimulai dengan guru membagi seluruh siswa ke dalam beberapa kelompok, dimana setiap kelompok terdiri dari 2 orang siswa, kemudian mengajak 2 orang siswa untuk maju ke depan mensimulasikan permainan tepuk bergambar di depan temannya, sehingga, muncul kesamaan aturan dalam kelas tersebut. Pada proses, ini terjadi diskusi mengenai aturan permainan, dimana guru hanya bertindak sebagai mediator antara murid-murid yang berdiskusi, sampai muncul suatu kesepakatan, yang akhirnya disepakati sebagai aturan main dalam permainan tepuk bergambar di kelas ini. Aturan ini penting, agar tidak terjadi perbedaan pandangan dalam permainan, yang nantinya berakibat pada perbedaan penulisan di lembar kerja.



Gambar 2.

Kedua siswa mensimulasikan permainan tepuk bergambar (kiri) dan menuliskan proses permainannya ke dalam lembar kerja yang telah disediakan (kanan)

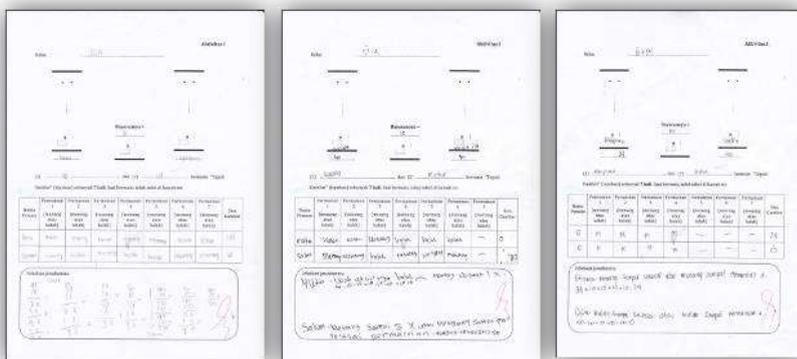
Setelah seluruh siswa memiliki kesamaan atas aturan yang telah disepakati bersama, guru membagikan kartu bergambar dan lembar kerja kepada setiap kelompok, kemudian memberikan waktu kepada setiap kelompok untuk melakukan permainan tepuk bergambar sambil menuliskan proses permainannya ke dalam lembar kerja yang telah disediakan.



Gambar 3. Guru membagikan kartu bergambar dan lembar kerja (kiri) dan siswa sedang bermain tepuk bergambar (kanan)

Saat bermain, tiap siswa membuat jumlah gambar yang disepakati secara berbeda-beda, ini disebabkan sebagian siswa ingin mempertahankan jumlah kartu bergambar yang dimilikinya, agar tidak habis diakhir

permainan. Ini menandakan siswa sudah menyadari kalau mereka kalah, maka jumlah kartu bergambar mereka akan berkurang atau bahkan habis, dan jika mereka menang, maka jumlah kartu bergambar mereka akan bertambah banyak. Hal ini dibuktikan, diakhir permainan, mereka dapat menuliskan dengan baik proses hasil permainan mereka ke dalam lembar kerja yang disediakan, dimana perhitungan yang ada di dalamnya, sudah sangat sesuai dengan proses permainan yang mereka mainkan.



Gambar 4. Beberapa hasil lembar jawaban siswa

2. Diskusi kelas sebagai stimulasi dan dukungan untuk pemahaman operasi bilangan

Untuk mengklarifikasi hasil jawaban siswa yang tertera dalam lembar kerja mereka, maka diperlukan yang namanya diskusi kelas. Untuk itu, guru mempersilahkan kepada setiap kelompok siswa yang ingin mempresentasikan jawaban mereka di depan kelas. Dalam proses diskusi, tampak peserta diskusi sangat antusias untuk menyampaikan pendapat atau gagasan mereka dalam menyelesaikan lembar kerja yang diberikan. Sampai akhirnya, guru mampu membimbing siswa untuk memiliki bahasa siswa

mengenai proses penjumlahan (bertambah) dengan kemenangan dan pengurangan (berkurang) dengan bahasa kekalahan di akhir aktivitas ini.



Gambar 5. Kelompok yang sedang presentasi (kiri) dan antusiasme siswa saat berdiskusi (kanan)

D. Analisis Retrospektif

Secara keseluruhan siswa melalui *learning trajectory* yang telah di desain untuk memahami konsep operasi penjumlahan dan pengurangan. Peranan permainan tepuk bergambar pada proses pembelajaran dimana peraturan yang diberikan merupakan salah satu bantuan ide matematika siswa dalam menentukan strategi siswa untuk menyelesaikan permasalahan yang diberikan. Oleh karena itu, peranan permainan tepuk bergambar yang pada *starting point* pembelajaran sangat penting sebagai indikator pengalaman siswa dalam menyelesaikan permasalahan operasi penjumlahan dan pengurangan.

Selama proses pembelajaran (implementasi disain yang telah dirancang sebelumnya), siswa memberikan banyak strategi yang berbeda dalam menyelesaikan permasalahannya. Siswa menyelesaikan permasalahan situasi berupa bermain tepuk bergambar dan memberikan kontribusi strategi yang beragam baik dari tahap situasional, *model of*, *model for*, dan tahap formal. Sehingga untuk topik pembelajaran operasi bilangan siswa melalui *learning trajectory* yang menghasilkan strategi dan kontribusi siswa.

BAB 4

DESAIN PEMBELAJARAN PMR PADA MATERI PENGUKURAN WAKTU

A. Pendahuluan

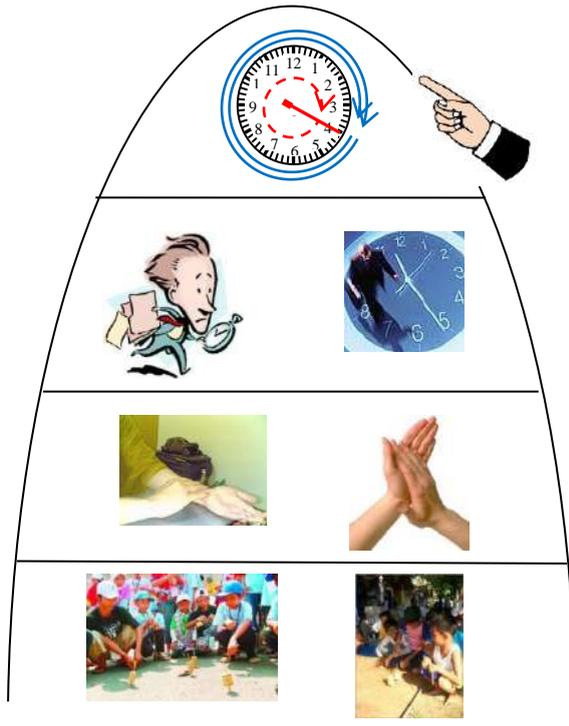
Mengukur waktu merupakan aktivitas manusia yang telah dimulai sejak manusia itu sendiri ada. Manusia zaman pra sejarah melakukan pengukuran waktu untuk mengetahui waktu bercocok tanam. Mereka mengukur waktu berdasarkan keadaan alam yang ada di sekitarnya. Sebelum tahun 1600, Galileo telah melakukan pengukuran waktu menggunakan denyut jantungnya (Glennie & Thrift, 2009). Sistem kalender yang secara universal diketahui dan digunakan pada saat ini pun berasal dari pengembangan kalender Romawi yang ada pada masa Julius Caesar tahun 46 S.M. (Holdford-Strevens, 2005). Hal ini merupakan bukti kebutuhan manusia dalam mengukur waktu.

Belajar mengukur waktu dan memunculkan kepekaannya merupakan hal yang penting bagi siswa SD (Sekolah Dasar) agar siswa tidak melakukan kesalahan awal ketika akan melakukan sebuah perhitungan dari hasil suatu pengukuran. *NCTM (National Council of Teachers of Mathematics)* menyatakan bahwa pengukuran merupakan salah satu hal yang paling fundamental dari semua proses matematika (Dacey dkk, 2005), termasuk pengukuran waktu. Reys dkk (2003) menyatakan bahwa pengukuran sebagai topik matematika yang dipelajari oleh siswa SD yang paling sering digunakan di kehidupan sehari-hari. Pada saat masih berada di kelas I SD, siswa belajar memprediksi dan membandingkan interval waktu kegiatan sehari-hari yang dilakukan siswa dan di kelas II SD, siswa belajar membaca jam melalui jarum pendek pada jam yang dilihatnya. Pengetahuan ini dapat dijadikan sebagai dasar untuk melakukan kegiatan mengukur waktu dalam satuan

yang lebih kecil.

Ketika siswa belajar mengukur waktu, guru biasanya hanya langsung mengajarkan cara mengukur waktu menggunakan alat ukur standar yang sudah ada. Hal ini akan menyebabkan siswa tidak mempunyai kepekaan dan kebutuhan untuk mengukur waktu, dan siswa tidak mengalami kegiatan mengukur waktu secara historis. Siswa perlu diberikan aktivitas belajar menyenangkan yang dapat memberikan rangsangan untuk bisa mengkonstruksi sendiri pemahaman mereka secara integral dalam mengukur waktu menggunakan apa yang ada di sekitarnya dan telah dikenalnya. Freudental (1991) menyatakan bahwa matematika harus dihubungkan dengan sesuatu yang nyata bagi siswa melalui masalah dari situasi yang dekat dengan siswa.

Salah satu situasi yang dikenal oleh siswa adalah permainan. Permainan gasing tradisional dapat digunakan oleh siswa untuk mendapatkan pengalaman belajar dalam mendapatkan pemahaman tentang mengukur waktu karena di dalam permainan ini terdapat permasalahan yang menstimulasi siswa untuk mendorong mereka akan kebutuhannya untuk mengukur waktu.



B. Pendesainan Pembelajaran PMR

Desain ini didasarkan pada karakteristik PMR dengan mengembangkannya menjadi 3 aktivitas belajar yang dapat dilakukan siswa sebagai lintasan pembelajaran yang didesain.

1. Bermain gasing secara bersamaan

Pada awal pembelajaran, guru memberikan pertanyaan yang terkait dengan kegiatan membandingkan yang pernah dilakukan siswa dalam kehidupan sehari-hari.

Pernahkan kalian membandingkan sesuatu?

Apa yang kamu bandingkan?

Bagaimana cara kamu membandingkannya?

Mengapa kamu membandingkan itu?

Siswa menceritakan kegiatan membandingkan yang pernah dilakukan, misalnya membandingkan panjang dua buah pensil, membandingkan banyaknya dua macam benda, membandingkan besar kecilnya benda.

Guru juga memberikan pertanyaan tentang permainan yang pernah dilakukan di antara mereka.

Pernahkah kalian bermain dengan temanmu?

Apa yang kamu mainkan bersama dengan temanmu?

Bagaimana kamu melakukannya?

Yang menang itu yang bagaimana?

Siswa menceritakan permainan yang pernah dilakukannya, misalnya petak umpet, sepak bola, kucing-kucingan.

Pertanyaan guru dan jawaban siswa di atas bertujuan untuk mempersiapkan fisik dan mental mereka sebelum melakukan pembelajaran terkait dengan kegiatan membandingkan waktu yang akan dilakukannya melalui pertandingan gasing yang dimainkan dengan cara memutarnya secara bersamaan.

Pada kegiatan inti, siswa dibagi dalam beberapa kelompok yang terdiri dari 4 – 5 siswa. Masing-masing kelompok mewakili salah satu anggotanya untuk menjadi pemain dalam pertandingan gasing. Anggota kelompok yang lain menjadi penonton atau suporter pertandingan. Para pemain bertanding bermain gasing dengan cara memutarnya secara bersamaan. Pemain dan penonton diberi kebebasan dalam menentukan aturan bertanding sesuai dengan kesepakatan mereka.

Untuk mengetahui bagaimana strategi siswa dan alasan-alasan siswa dalam kegiatannya membandingkan waktu melalui pertandingan gasing yang telah dilakukan siswa, pengamatan secara

visual tidak cukup memberikan keterangan yang jelas. Oleh karena itu, diskusi kelas diperlukan agar siswa lebih dapat menunjukkan kemampuan mereka ketika ikut serta dalam pertandingan gasing.

Pertanyaan-pertanyaan yang diajukan kepada siswa:
Bagaimana caranya agar para pemain bertanding gasing secara adil?

Mengapa harus melakukan seperti itu?

Pertanyaan-pertanyaan ini akan menggali pemikiran siswa tentang kriteria dua buah kejadian berlangsung secara bersamaan. Siswa akan menyadari jika terdapat dua buah kejadian yang terjadi secara tidak bersamaan, maka waktu dari kejadian-kejadian tersebut akan sulit untuk dibandingkan secara langsung.

Siapa pemenang dari pertandingan gasing yang baru saja kalian lakukan

Mengapa A bisa kamu nyatakan sebagai pemenang?

Apa yang dapat kamu lakukan untuk mengetahui pemenang dari pertandingan gasing?

Pertanyaan-pertanyaan ini berguna untuk mengetahui adanya kebutuhan siswa terhadap waktu berputarnya gasing dan strategi siswa dalam mengetahui pemenang pertandingan gasing.

Tujuan Aktivitas

Aktivitas ini bertujuan untuk menstimulasi siswa untuk membandingkan waktu dari dua buah kejadian atau lebih yang terjadi secara bersamaan.

Konjektur

- Dalam pertandingan gasing, ketika siswa telah mengetahui bagaimana cara memainkan gasing, siswa segera menyadari akan kebutuhannya terhadap waktu putaran gasing yang digunakan sebagai kriteria penilaian siapa yang menang

dan siapa yang kalah dalam pertandingan gasing.

- Jika terdapat pemain yang tidak secara bersamaan ketika memulai memutar gasingnya, maka akan muncul protes dari pemain lain dan penonton atau suporter dengan alasan pertandingan tidak berjalan secara adil. Jika pemain yang melakukan pelanggaran seperti di atas menang, maka pertandingan akan diulang atau pemain tersebut akan didiskualifikasi.
- Siswa secara langsung dapat menentukan pemenang dari pertandingan gasing cukup hanya dengan melihat gasing mana yang terakhir berhenti.
- Siswa dapat mengetahui secara intuitif bahwa pemenangnya adalah pemain yang gasingnya memiliki waktu putar yang paling lama.

2. Bermain gasing secara bergantian

Sebelum masuk pada kegiatan inti, guru mengajukan beberapa pertanyaan kepada siswa untuk mengingatkannya pada pertandingan gasing pada pembelajaran sebelumnya.

Apa yang sudah kamu lakukan pada pembelajaran yang lalu?

Bagaimana cara bertanding gasing dengan adil yang gasingnya diputar secara bersamaan?

Pemenang dari pertandingan gasing itu yang bagaimana?

Guru juga mengajukan pertanyaan yang berkaitan dengan pengukuran yang telah dilakukan oleh siswa dalam kehidupan sehari-hari.

Pernahkan kalian mengukur sesuatu?

Apa yang kamu ukur?

Bagaimana cara kamu mengukurnya?

Apa tujuan kamu melakukan pengukuran tersebut?

Pertanyaan-pertanyaan ini untuk menstimulasi siswa agar siswa mendapatkan gagasan untuk mengukur waktu ketika mereka tidak dapat membandingkan waktu dari dua buah kejadian yang terjadi secara tidak bersamaan.

Pada kegiatan inti, siswa melakukan pertandingan gasing melawan anggota-anggota kelompoknya sendiri. Siswa diinstruksikan untuk bertanding gasing dengan cara memutar gasingnya secara bergantian. Siswa menentukan pemenang pertandingan gasing dari masing-masing kelompok berdasarkan kesepakatan siswa pada pembelajaran sebelumnya, yaitu pemenang adalah pemain yang gasingnya dapat berputar paling lama. Siswa mempresentasikan untuk menyebutkan pemenangnya dan bagaimana strategi yang dilakukan kelompoknya untuk menentukan pemenangnya.

Dari beberapa strategi siswa yang mungkin muncul, guru mengambil salah satu atau beberapa yang berpotensi memunculkan konflik sehingga menarik untuk didiskusikan.

Dalam diskusi, guru memberikan beberapa pertanyaan kepada siswa.

Bisakah kamu menentukan pemenangnya secara langsung?

Mengapa demikian?

Pertanyaan-pertanyaan ini akan membimbing siswa memahami bahwa untuk sebuah kejadian tidak dapat dibandingkan jika tidak ada kejadian lain yang dapat digunakan sebagai acuan.

Siapa pemenang pertandingan gasing kelompokmu?

Mengapa A dapat kamu nyatakan sebagai pemenang?

Apa yang dilakukan kelompokmu untuk mengetahui/menentukan pemenangnya?

Dengan cara apa kelompokmu mengetahui jika A adalah pemenangnya?

Bagaimana kamu melakukan pengukurannya?

Dengan memberikan pertanyaan-pertanyaan seperti ini, siswa akan menunjukkan kepada siswa yang lain bagaimana cara mereka mengukur lama berputarnya gasing untuk menentukan pemenang dari pertandingan gasing kelompoknya.

Dari berbagai kemungkinan strategi siswa dalam mengukur waktu, strategi dengan cara membilang menarik untuk dimunculkan dalam diskusi karena menimbulkan konflik.

Guru mengajukan pertanyaan terkait dengan strategi tersebut.

Bagaimana pendapat kamu mengukur waktu berputarnya gasing dalam sebuah pertandingan dengan cara membilang seperti yang telah ditunjukkan oleh temanmu tadi?

Adilkah mengukur dengan cara seperti itu?

Mengapa demikian?

Pertanyaan-pertanyaan ini akan membuat siswa menyadari bahwa untuk melakukan kegiatan mengukur waktu secara adil, siswa harus menggunakan cara yang sama dan menggunakan interval waktu yang tetap / konstan sebagai acuan dalam pengukuran waktu.

Ada tidak benda di sekitar kita yang bisa kita gunakan untuk mengukur waktu secara adil?

Pertanyaan ini mestimulasi siswa untuk menyadari adanya suatu media yang bisa digunakan untuk mengukur waktu secara tepat. Sangat dimungkinkan siswa akan menyebutkan jam sebagai obyek yang bisa digunakan untuk mengukur waktu karena jam sangat dekat dengan kegiatan sehari-hari mereka.

Tujuan Aktivitas

Aktivitas ini bertujuan untuk menstimulasi siswa dalam membandingkan waktu dari dua buah kejadian atau lebih yang terjadi secara tidak bersamaan. Selain itu, melalui aktivitas ini, siswa diharapkan dapat menemukan kejadian lain yang dapat digunakan sebagai pembanding waktu sehingga siswa pun akan mengenal unit waktu yang tidak standar.

Konjektur

- Siswa menyadari bahwa mereka tidak dapat menentukan pemenang pertandingan gasing secara langsung karena ketika gasing berputar secara bergantian, siswa tidak mendapatkan gasing lain yang digunakan sebagai pembanding. Dari sini, siswa akan mencari cara yang dapat digunakan untuk menentukan pemenangnya.
- Siswa menemukan kejadian lain yang dapat digunakan sebagai pembanding waktu untuk menentukan pemenang pertandingan gasing.
- Siswa hanya melihat dan memperkirakan lama waktu berputarnya gasing tanpa melakukan pengukuran sama sekali.
- Siswa melakukan hitungan/membilang secara lisan bersamaan dengan berputarnya gasing dari awal sampai akhir berputarnya gasing.
- Siswa membilang secara lisan dengan menggunakan kejadian lain sebagai isyarat dalam mengukur, seperti tepuk tangan, denyut jantung, napas, dan langkah kaki, bersamaan dengan berputarnya gasing.
- Siswa langsung dapat memutuskan dan melakukan kegiatan mengukur waktu berputarnya gasing

dengan menggunakan jam atau stopwatch yang dimilikinya.

- Siswa dapat menelaah bahwa menentukan pemenang pertandingan gasing dengan cara membilang merupakan suatu cara yang tidak adil.

3. Mengukur waktu putaran gasing

Pada pembuka pembelajaran, guru mengajukan beberapa pertanyaan tentang kegiatan yang dilakukan siswa pada pembelajaran sebelumnya.

Apa yang sudah kalian lakukan pada pembelajaran yang lalu?

Apa yang kamu lakukan untuk mengetahui pemenang dari pertandingan gasing yang kamu mainkan secara bergantian?

Bagaimana cara mengukur waktu berputarnya gasing secara adil?

Tujuan dari pertanyaan-pertanyaan in adalah untuk menjelaskan kepada siswa bahwa siswa harus melakukan pengukuran lagi dalam pertandingan gasing karena pada pembelajaran sebelumnya terdapat siswa yang tidak adil dalam melakukan pengukuran.

Pada kegiatan inti, siswa melakukan pertandingan gasing lagi melawan anggota-anggota dalam kelompoknya. Siswa mengukur waktu berputarnya gasing menggunakan jam. Hasil pengukuran siswa direkam / dicatat pada LKS yang telah disediakan. Masing-masing kelompok menentukan pemenangnya berdasarkan pengukuran mereka.

Diskusi menekankan pada variasi strategi yang digunakan siswa dalam mengukur waktu berputarnya gasing. Guru mengkombinasikan pertanyaan yang mengarahkan siswanya dalam membandingkan waktu berputarnya gasingnya dengan gasing

temannya.

Siapa pemenangnya?

Mengapa A dapat kamu nyatakan sebagai pemenang?

Bagaimana cara kamu mengukurnya?

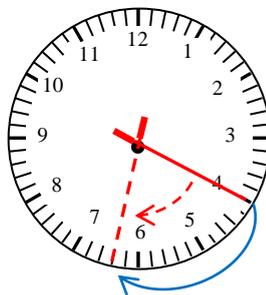
Diskusi ini akan melatih siswa beralasan dengan menggunakan bukti. Siswa mempertanggungjawabkan kesepakatan dalam menentukan pemenang dengan menggunakan pengukurannya.

Tujuan Aktivitas

Aktivitas ini bertujuan untuk mengenalkan siswa melakukan pengukuran menggunakan unit waktu standar dan membawa siswa mengenali konsep durasi.

Konjektur

- Siswa mengukur dengan cara membilang bersamaan dengan gerakan jarum detikan pada jam.
- Siswa mengukur dengan cara menandai posisi jarum detikan pada awal dan akhir berputarnya gasing, kemudian siswa menghitung interval yang dilalui oleh jarum detikan tersebut (Gambar 6).



Strategi menandai posisi jarum pada jam

- Siswa menghitung banyaknya garis yang dilalui jarum detikan dengan cara membilang kelipatan lima, sepuluh, lima belas, dan dua puluh.
- Siswa menentukan pemenang dengan cara membandingkan hasil pengukuran yang didapatkannya.
- Terdapat kelompok yang mempunyai hasil pengukuran yang berbeda dengan kelompok lain.

C. Implementasi Desain Pembelajaran di Kelas

Impelementasi desain pembelajaran pengukuran waktu ini telah dilakukan di SD Negeri 8 Tondano pada minggu ketiga dan keempat bulan Oktober 2019. Untuk kelasnya diambil kelas IIIB dan telah berjalan lancar sesuai rencana dan desainnya.

1. Penemuan Kembali Waktu Menggunakan Permainan Gasing Tradisional

Permainan merupakan sesuatu yang sangat dekat dengan siswa SD. Ketika guru bertanya tentang sesuatu hal yang berkaitan dengan permainan, siswa dapat menjawab dengan tepat walaupun harus berpikir terlebih dahulu. Rafi mencontohkan permainan sepakbola yang pemenangnya dilihat dari jumlah golnya.

Dari pertandingan gasing yang dimainkan secara bersamaan oleh dua orang siswa yaitu Ihsan dan Arkan, siswa dapat langsung mengetahui bahwa Arkan adalah pemenangnya. Siswa melihat bahwa gasing milik Arkan masih sedang berputar ketika gasing yang diputar Ihsan sudah berhenti berputar (Gambar 9). Gasing Ihsan membentur dan masuk ke dalam kolong meja yang menyebabkan gasingnya tidak berputar lama. Salah seorang siswa mengambil gasing milik Ihsan yang berada di bawah meja

sambil berkata-kata tentang kemenangan gasing milik Arkan.



Siswa sedang bermain gasing (kiri) dan gasing yang dimainkan oleh siswa (kanan)

Dalam diskusi yang dilakukan oleh guru dan siswa setelah selesai melakukan pertandingan gasing, siswa berani mengemukakan alasan logis mengapa diputuskan bahwa Arkan adalah pemenangnya, yaitu gasing yang lebih lama berputarnya, dialah yang menang.

Siswa menggunakan aktivitas membandingkan waktu dari dua buah kejadian yang terjadi secara bersamaan untuk menentukan pemain yang menjadi pemenang dalam pertandingan gasing yang telah dialami oleh siswa.

Untuk mengarahkan siswa memahami salah satu ketentuan dalam melakukan pengukuran waktu, guru kembali memberikan pertanyaan dalam diskusi yang berkaitan dengan keadilan yang harus dilakukan oleh para pemain dalam suatu pertandingan gasing yang dimainkan secara bersamaan.

Guru : Bagaimana permainannya tadi supaya adil?

Siswa : Diberi aba-aba.

Maksud dari *diberi aba-aba* adalah bahwa para pemain, dalam memulai memutar gasingnya, harus melakukannya secara bersama-sama.

Dengan melakukan pertandingan gasing yang dimainkan secara bersamaan, siswa telah mengawali pembelajarannya melakukan kegiatan membandingkan waktu secara langsung. Membandingkan waktu merupakan suatu bentuk aktivitas sederhana dalam pengukuran waktu karena esensi dari mengukur waktu adalah membandingkan waktu.

2. Menemukan Unit/Satuan Tidak Standar Dalam Permainan Gasing Tradisional

Unit/satuan tidak standar didapatkan oleh siswa dari pertandingan gasing yang dimainkan dengan cara bergantian. Pada saat para pemain hanya disediakan sebuah gasing untuk dimainkan maka gasing tersebut harus dimainkan dengan cara bergantian. Dari sini, timbul kebutuhan siswa akan sesuatu yang bisa dijadikan sebagai pembanding terhadap lamanya putaran gasing. Ketika masing-masing kelompok diberikan kesempatan untuk bertanding gasing melawan anggota kelompoknya sendiri dengan hanya difasilitasi sebuah gasing, sebagian besar kelompok melakukan hitungan/membilang dengan lisan dalam mengukur waktu putaran gasingnya. Hasil hitungan waktu putaran gasing yang didapatkan oleh siswa digunakan untuk dibandingkan antara waktu putaran gasing yang satu dengan yang lain dalam rangka menentukan pemenangnya.



Siswa melakukan pengukuran dengan membilang lisan dan membandingkan hasilnya

Pengukuran waktu yang dilakukan dengan cara membilang/hitungan lisan seperti yang telah dilakukan oleh siswa tidak dapat dijadikan alat ukur yang tepat dalam menentukan pemenang pertandingan gasing. Hal ini disadari sepenuhnya oleh siswa yang ditunjukkan dengan ketidaksetujuannya terhadap pengukuran waktu dengan cara tersebut ketika guru memunculkan konflik dalam pengukuran waktu dengan cara membilang/hitungan secara lisan.



Guru memunculkan konflik dalam strategi membilang/hitungan dengan lisan

Guru mempraktekkan memutar dua buah gasing. Ketika gasing yang pertama diputar, guru mengukur waktunya menggunakan cara hitungan/membilang dengan lisan seperti yang dilakukan oleh siswa dengan interval cepat (satu, dua, tiga, ..., dan seterusnya) dan ketika gasing yang kedua diputar, guru juga mengukur waktunya menggunakan cara hitungan/membilang secara lisan, tetapi dengan interval yang lambat (satu ..., dua ..., tiga ..., ..., dan seterusnya).

Guru : Kira-kira kalau begitu adil tidak?

Siswa : Tidak.

Guru : Harus gimana supaya adil?

Rio : Sama menghitungnya.

Guru : Menghitung yang bagaimana?

Irfan : Sama cepat bu.



Siswa antusias menjawab pertanyaan-pertanyaan guru

Siswa memahami bahwa pengukuran waktu dapat dilakukan dengan adil jika dibandingkan dengan cara yang sama dan satuan yang sama yang mempunyai interval waktu yang sama pula.

Guru : Ada nggak alat yang menghitung waktunya itu sama?

Rio : Ada bu, jam.

Tegar : Stopwatch

Karena sangat terbiasanya siswa berhadapan dengan jam pada kegiatan sehari-harinya, siswa dapat langsung menyebutkan alat ukur standar yang dapat digunakan untuk mengukur waktu secara adil.

3. Mengukur Waktu Menggunakan Satuan Detik

Dua aktivitas belajar siswa yang telah dilakukan sebelumnya berdampak pada siswa ketika siswa mengukur lamanya gasing berputar dengan menggunakan jam. Siswa mengukur lama berputarnya gasing dengan cara melakukan hitungan lisan bersamaan dengan Bergeraknya jarum detikan pada jam.



Siswa bermain gasing sambil mengukur waktunya

Dengan bimbingan pertanyaan-pertanyaan dari guru, siswa dapat mengungkapkan cara lain dalam mengukur waktu menggunakan jam. Hal ini ditunjukkan ketika Raissa menjelaskan lama berputarnya gasing Reyhan menggunakan jam.

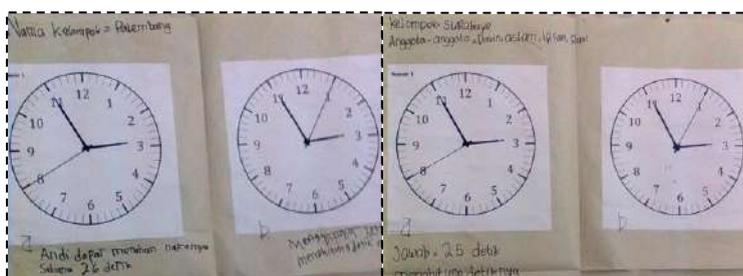


Raissa menunjuk posisi awal dan akhir jarum detikan

Raissa mendapatkan hasilnya dengan cara menghitung interval yang terletak di antara garis-garis penanda pada jam dari titik awal sampai titik akhir putaran gasing.

Hasil pengukuran waktu sangat ditentukan oleh titik awal dan titik akhirnya. Pada kegiatan selanjutnya, siswa dibawa dari aktivitas mengukur waktu menggunakan satuan detik dalam jam menuju pembelajaran untuk mengetahui pengetahuan formalnya berupa menentukan interval dalam satuan detik dari suatu pengukuran.

Salah satu cara yang dilakukan siswa dalam menentukan interval waktu adalah dengan menghitung garis-garis penanda yang terdapat pada jam.



Hasil-hasil pekerjaan siswa

Guru mengembangkan penalaran siswa dengan memberikan jam yang hanya menampilkan bilangan-

bilangannya saja. Siswa mencari strategi lain ketika dihadapkan pada jam yang tidak ada garis-garis penandanya.



Salah seorang siswa melakukan presentasi (kiri) dan proses diskusi siswa (kanan)

Reyhan menggunakan hitungan/membilang loncat 5 untuk menentukan intervalnya.

Pembelajaran diakhiri dengan pemberian evaluasi untuk mengetahui kemampuan siswa dalam menentukan interval waktu.

D. Analisis Retrospektif

Permainan gasing tradisional memiliki kemampuan untuk dijadikan sebagai bahan pembelajaran dalam pengukuran waktu. Permainan ini akan membawa siswa mengalami aktivitas pengukuran waktu secara filosofis dan historis. Kepekaan siswa terhadap waktu akan diuji ketika siswa menentukan pemenang dari suatu pertandingan gasing.

Siswa melakukan kegiatan mengukur sederhana yaitu membandingkan waktu putaran gasing secara langsung. Inilah yang merupakan esensi dari pengukuran waktu yaitu membandingkan waktu.

Peran permainan gasing tradisional ini terus berlanjut dalam aktivitas berikutnya sebagai perangsang dan pendorong siswa dalam menemukan satuan waktu

yang dibutuhkan untuk menentukan pemenang dari pertandingan gasing. Karena ketidakadilan dalam pengukuran yang ditemukan oleh siswa, siswa harus menggunakan satuan yang nilainya tetap untuk dapat menentukan pemenang pertandingan gasing. Dari sinilah permainan gasing terlihat sangat jelas sebagai sesuatu masalah yang harus diselesaikan.

Dari sisi pembelajaran, permainan gasing akan melestarikan nilai-nilai budaya yang ada di dalamnya. Permainan gasing juga akan memberikan pembelajaran yang menyenangkan bagi siswa SD sehingga menjadi sesuatu pengetahuan yang bermakna yang akan sulit dilupakan siswa.

BAB 5

DESAIN PEMBELAJARAN PMR PADA MATERI STATISTIKA DAN DATA

A. Pendahuluan

Statistika banyak diterapkan dalam berbagai disiplin ilmu, baik ilmu-ilmu alam, bisnis maupun industri. Hampir setiap keputusan yang dibuat dalam bidang politik dan ekonomi menggunakan alasan secara statistika (Bakker, 2004). Oleh karena itu, statistika perlu dikenalkan kepada siswa sejak dini. Di beberapa negara seperti Amerika Serikat, Jerman dan Australia, siswa telah belajar statistika ketika mereka berada di kelas empat atau lima, atau berusia sekitar sepuluh tahun (ACE, 1991; NCTM, 1989, 2000). Sementara itu, menurut Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP) siswa di Indonesia pertama belajar tentang statistika ketika mereka berada di kelas enam Sekolah Dasar (SD) atau Madrasah Ibtidaiyah (MI) (Depdiknas, 2006).

Kegiatan belajar mengajar tentang statistika di SD pada umumnya menekankan pada ukuran pemusatan data yaitu rata-rata dan modus. Menurut Bakker (2004) dinyatakan bahwa rata-rata adalah konsep dasar yang sangat penting bagi siswa ketika mereka pertama belajar ukuran pemusatan data. Tetapi proses belajar mengajar pada konsep rata-rata sebagian besar dilakukan dengan cara memberikan rumus secara langsung tanpa terlebih dahulu belajar tentang konsep dan prosedur dasar yang bermakna (*meaningful*) bagi siswa (Groth, 2006). Proses belajar mengajar seperti ini menimbulkan pemahaman yang rendah sehingga untuk selanjutnya akan menyebabkan siswa mengalami kesulitan dan kesalahan dalam belajar rata-rata.

Berdasarkan hasil observasi yang dilakukan peneliti, sebagian besar siswa ketika pertama kali belajar rata-rata akan mengartikan sebagai jumlah seluruh data dibagi

dua. Siswa menginterpretasikan rata-rata sebagai nilai tengah (median) karena dalam kegiatan belajar mengajar guru biasanya memberikan contoh hanya dua data dan menjumlahkannya kemudian dibagi dua. Hal ini sesuai dengan Widjaja, dkk (2010) yang menyatakan bahwa kegiatan belajar mengajar rata-rata di Indonesia pada umumnya berpusat pada guru tanpa upaya untuk mengembangkan ide-ide matematika siswa melalui interaksi atau diskusi.

Selanjutnya berdasarkan permasalahan-permasalahan di atas maka diperlukan suatu cara dalam pembelajaran konsep rata-rata yang menarik dan bermakna bagi siswa sehingga mereka menjadi lebih termotivasi untuk belajar, baik tentang pengetahuan dasar maupun konsep. Pembelajaran ini sejalan dengan pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMR). Kegiatan belajar dalam PMR sesuai dengan salah satu prinsip pengembangan KTSP yaitu terpusat pada siswa (*student center*) sedangkan guru hanya sebagai fasilitator. PMR dikembangkan sesuai dengan konteks atau nilai-nilai budaya yang ada di Indonesia.

Menurut Gadanidis dan Hoogland (2002) dijelaskan bahwa cerita bisa menjadi konteks karena cerita adalah bentuk berfikir dan berkomunikasi secara alami dan menyediakan cara yang bermakna untuk berbicara dan berfikir tentang mengajar dan belajar matematika. Peneliti memilih Legenda Pulau Kemaro sebagai *starting point* karena dalam cerita tersebut terdapat nilai matematis yang bisa dimunculkan yaitu mengenalkan ke siswa tentang keragaman data dan rata-rata serta nilai pendidikan karakter. Peneliti memberikan alternatif permasalahan dalam pembelajaran konsep rata-rata dengan melakukan pendesainan dan pengembangan lintasan belajar siswa berupa cerita legenda Pulau Kemaro sebagai konteks yang dikaitkan dengan konsep rata-rata menggunakan pendekatan PMR.

Kami menggunakan beberapa landasan teori untuk mendukung desain ini yaitu: konsep dasar dalam pembelajaran rata-rata yang melandasi pendesainan serangkaian aktivitas pada lintasan belajar, PMR sebagai pendekatan yang digunakan dalam penelitian, dan cerita rakyat Indonesia yang digunakan sebagai konteks dalam membangun konsep dasar rata-rata dalam diri siswa.

1. Rata-rata

Rata-rata adalah salah satu konsep dalam ukuran pemusatan data yang diartikan sebagai pembagian yang adil (*fair share*) (Franklin dan Mewborn, 2007., Kader dan Mamer, 2007). Serangkaian aktivitas yang menggambarkan kemajuan proses belajar dan berfikir siswa dalam proses belajar rata-rata perlu dikembangkan atau didesain untuk mempermudah kegiatan pembelajaran.

Menurut Cobb dan Hodge (2002) disebutkan bahwa ada dua aspek penting yang harus diperhatikan dalam proses belajar tentang rata-rata yaitu:

1. Kemampuan siswa untuk memahami posisi atau peran mereka ketika belajar konsep
Aspek ini berarti bahwa siswa perlu dilibatkan dalam pembelajaran konsep rata-rata sehingga aktivitas pembelajaran akan menjadi lebih bermakna bagi mereka. Hal ini juga sesuai dengan teori bahwa dalam pembelajaran diperlukan suatu pengalaman yang diperoleh siswa melalui aktivitas (*experience based activities*) (Wijaya, 2008).
2. Data yang efektif berdasarkan uraian siswa membutuhkan permasalahan yang masuk akal dan bisa dibayangkan oleh siswa
Ini berarti bahwa konteks untuk mengenalkan data yang dipakai dalam permasalahan adalah konteks mengenai sesuai yang bisa diterima dalam pikiran dan bukan hal asing bagi siswa. Jika data yang

dipakai adalah *realistic* data maka siswa akan lebih tertarik untuk belajar tentang mean karena mereka bisa mencari solusi dari permasalahan berdasarkan konteks yang diberikan.

Selanjutnya Franklin dan Kader (2010) menyatakan bahwa konsep dasar dalam proses pembelajaran rata-rata yang harus terkandung dalam serangkaian aktivitas pada lintasan belajar adalah:

1. Siswa mengerti tentang maksud dari membagi secara adil “*fair share*” dari sekumpulan data yang berupa angka berbeda (data beragam)

Untuk mempermudah dalam mengenalkan konsep ini, maka diperlukan suatu konteks yang bisa membuat siswa terlibat secara langsung dalam aktivitas pembelajar rata-rata misalnya dengan menggunakan kotak kubus atau balok. Siswa bisa diberikan sejumlah kotak kemudian diminta untuk membagi secara adil kepada semua temannya.

2. Nilai dari hasil membagi secara adil juga disebut sebagai rata-rata

Setelah siswa mengerti tentang konsep membagi secara adil maka guru bisa mengenalkan ke siswa bahwa membagi secara adil biasanya juga disebut “rata-rata”. Jadi siswa sebenarnya sudah bisa dan mengerti tentang rata-rata sebelum mengenal istilah ini.

3. Rumus untuk menemukan rata-rata

Siswa bisa dipandu agar sampai pada rumus rata-rata berdasarkan aktivitas-aktivitas sebelumnya sehingga siswa seolah-olah menemukan sendiri rumus tersebut (*guided reinvention*). Berikut ini adalah alternatif untuk menulis rumus dari rata-rata:

$$\text{rata - rata} = \frac{\text{jumlah semua nilai data}}{\text{banyaknya data}}$$

2. Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMR)

Filsafat atau prinsip dalam pendekatan PMR sejalan dengan filsafat yang ada dalam RME. Filsafat atau prinsip dalam RME pertama kali disampaikan oleh Hans Freudenthal, seorang ahli matematika Belanda, pada tahun 1970-an kemudian dipakai di Indonesia sebagai landasan teori dalam PMR. Dua gagasan penting dari beliau adalah “*mathematics as human activity*” dan “*mathematics must be connected to reality*” (Zulkardi, 2002).

Menurut Freudenthal dalam Gravemeijer (1994) terdapat tiga prinsip dalam mendesain pembelajaran berdasarkan RME dan kemudian diadopsi menjadi prinsip PMR, yaitu:

1. *Guided reinvention and progressive mathematizing*
Berdasarkan prinsip penemuan kembali (*guided reinvention*), siswa hendaknya diberikan kesempatan untuk mengalami proses yang sama saat konsep matematika ditemukan.
2. *Didactical phenomenology*
Konsep-konsep yang ada dalam matematika dibuat untuk mengatur fenomena-fenomena yang ada, baik fenomena yang berasal dari kehidupan sehari-hari maupun fenomena yang berasal dari matematika sendiri.
3. *Self-developed models*
Peran dari prinsip *self-developed models* adalah untuk menjembatani siswa dari situasi real atau kongkrit ke situasi abstrak, atau dari tahap informal matematika ke tahap formal matematika.

Treffers dalam Wijaya (2008) menyatakan bahwa ada lima karakteristik RME yang kemudian di Indonesia menjadi karakteristik PMR yaitu:

1. *Phenomenological exploration or the use of contexts*
Pada waktu aktivitas pembelajaran pertama

digunakan konteks kongkrit atau real sebagai dasar dalam kegiatan matematika (*mathematical activity*).

2. *Using models and symbols for progressive mathematization*

Karakteristik kedua dari PMR berfungsi untuk menjembatani dari tahap kongkrit ke tahap yang lebih formal dengan menggunakan model dan simbol.

3. *Using students' own construction and production*

Setiap siswa boleh menggunakan strategi mereka sendiri dalam setiap aktivitas. Strategi-strategi siswa didiskusikan bersama di kelas untuk menguatkan konsep dari rata-rata.

4. *Interactivity*

Kegiatan pembelajaran PMR yang dilakukan siswa bisa dilihat sebagai proses individu dan sekaligus proses sosial.

5. *Intertwinement*

Intertwinement menjadikan terintegrasinya berbagai topik matematika dalam satu aktivitas. Aktivitas-aktivitas dalam pembelajaran didesain bukan hanya untuk mendukung pembelajaran rata-rata tapi juga mengembangkan kemampuan siswa dalam melakukan operasi bilangan.

3. **Cerita Rakyat Indonesia**

Cerita rakyat bukan hanya berfungsi sebagai sarana pendidikan budi pekerti dan moral tapi juga bisa menjadi konteks dalam pembelajaran matematika dengan menggunakan pendekatan PMR. Salah satu cerita rakyat yang bisa dijadikan konteks adalah Legenda Pulau Kemaro karena dalam cerita tersebut terdapat permasalahan yang bisa dimunculkan untuk mengenalkan siswa tentang konsep rata-rata dalam pembelajaran statistika. Cerita rakyat juga akan menjadi konteks yang menarik bagi siswa karena akan muncul rasa memiliki

apabila cerita tersebut berasal dari daerah tempat tinggalnya.

Legenda Pulau Kemaro adalah sebuah legenda yang mengisahkan asal mula terjadinya Pulau Kemaro di daerah Palembang, Sumatera Selatan, Indonesia. Menurut cerita pulau tersebut merupakan penjelmaan Siti Fatimah, putri Raja Sriwijaya, yang menceburkan diri ke Sungai Musi. Legenda ini sangat populer di tengah masyarakat Palembang dan Tiongha.

B. Proses Pendesainan

Penelitian ini menggunakan metode penelitian *design research* sebagai alat untuk menjawab rumusan masalah sehingga tercapai tujuan penelitian. Wang dan Hannafin dalam Simonson (2006) mendefinisikan *design research* sebagai sebuah metode penelitian yang sistematis dan fleksibel dan bertujuan untuk meningkatkan kualitas pendidikan melalui analisis yang berulang-ulang (*iterative analysis*), mendesign atau memperbaiki design sebelumnya, dan pelaksanaan (*implementation*) berdasarkan kerjasama diantara peneliti dan pelaksana dalam lapangan (*daily life settings*), dan mengacu pada design teori-teori dan prinsip-prinsip secara kontekstual.

Gravemeijer dan Cobb (2006) menyatakan bahwa ada 3 tahap dalam pelaksanaan penelitian *design research*, yaitu:

1. Tahap I: *Preparing for the Experiment*
2. Tahap II: *Teaching Experiment*
3. Tahap III: *Retrospective Analysis*

Pada saat tahap awal penelitian, dilakukan kajian literatur dan disusun serangkaian aktivitas siswa untuk mencapai konsep rata-rata dari tahap informal ke tahap formal. Dalam aktivitas siswa terdapat tujuan aktivitas, deskripsi aktivitas, dan dugaan pemikiran siswa

(*konjecture*). Berikut ini akan dijelaskan tentang aktivitas yang kami desain:

Tujuan aktivitas

1. Menstimulus siswa tentang konsep dasar rata-rata yaitu pembagian secara adil (*fair share*).
2. Siswa mampu mengubah semua batang dalam diagram yang tingginya berbeda menjadi sama dengan syarat jumlah tinggi semua batang sebelum dan sesudah disamakan adalah sama.
3. Siswa mampu menentukan tinggi setiap batang setelah tinggi semua batang menjadi sama.
4. Siswa mampu menentukan rata-rata dari sekumpulan data yang diberikan.

Deskripsi aktivitas

Siswa diingatkan kembali tentang Legenda Pulau Kemaro dan guru menanyakan apakah mereka masih ingat tentang data yang ada dalam cerita tersebut. Siswa kemudian diminta mendengarkan kembali rekaman tentang Legenda Pulau Kemaro. Siswa yang masih ingat tentang data yang ada dalam cerita, diminta untuk mendengarkan dan membandingkan dengan data yang sudah mereka miliki dan siswa yang lupa diminta untuk mencatat.

Aktivitas “memotong dan menyambung batang” juga dilaksanakan dalam kelompok seperti dua aktivitas sebelumnya. Setiap kelompok juga akan diberikan sejumlah gabus dan kotak mika seperti dalam aktivitas “menggambar tumpukan emas batangan” Dalam aktivitas ini, siswa diminta untuk menyelesaikan beberapa permasalahan tentang rata-rata. Pertama, mereka diminta membuat diagram batang seperti dalam aktivitas sebelumnya. Kemudian mereka diberikan permasalahan yaitu menyamakan tinggi semua batang dengan syarat

jumlah emas batangan sebelum dan setelah disamakan adalah tetap.

Permasalahan yang berikan kepada siswa selanjutnya adalah mengisi tabel berdasarkan data yang ada dalam Legenda Pulau Kemaro. Siswa diberikan sebuah tabel yang berisi tiga kolom. Kolom pertama tentang warna guci yang isinya dipresentasikan dalam bentuk batang, kolom kedua tentang tinggi masing-masing batang sebelum disamakan dan kolom yang terakhir tentang tinggi batang sebelum disamakan. Selanjutnya mereka diminta untuk menyimpulkan tentang cara mencari tinggi batang setelah disamakan bila diketahui jumlah tinggi batang dan jumlah batang.

Dugaan pemikiran siswa

- 1) Beberapa siswa akan menggambar diagram batang dengan menggunakan tumpukan gambar dari persegi atau persegi panjang kecil sebagai unit satuan. Kemudian mereka akan memindahkan persegi atau persegi panjang pada tumpukan tertinggi ke tumpukan terendah atau yang lebih rendah. Demikian diulang untuk tumpukan-tumpukan lain yang membentuk batang sampai semuanya menjadi sama tinggi.
- 2) Sebagian siswa akan menggambar diagram batang tanpa menggunakan gambar persegi atau persegi panjang kecil sebagai unit satuan. Mereka langsung menggunakan skala yang dibuat pada sumbu vertikal diagram cartesius untuk mengetahui tinggi setiap batang. Batang yang paling tinggi akan dipotong sesuai dengan skala yang telah mereka buat dan menyambungkan pada batang yang yang lebih pendek atau paling pendek. Kemudian batang lain yang belum dipotong dan paling tinggi juga dipotong untuk disambungkan ke batang yang lebih rendah

dan diulang lagi untuk batang-batang yang lain sampai semua batang menjadi sama tinggi.

- 3) Ada siswa yang juga menyelesaikan permasalahan dengan menjumlahkan tinggi semua batang yang sudah mereka buat, kemudian dibagi dengan banyak batang yang ada. Hasil dari pembagian ini yang akan menjadi tinggi seluruh batang setelah disamakan.

Permasalahan yang berbentuk tabel kemungkinan akan dijawab siswa berdasarkan data dari Legenda Pulau Kemaro. Siswa akan bisa menyelesaikan permasalahan ini dengan mudah karena mereka telah belajar tentang tabel pada aktivitas pertama. Kesimpulan yang dibuat siswa tentang cara mencari tinggi batang setelah disamakan bila diketahui jumlah tinggi batang dan banyak batang adalah “kita bisa mencari tinggi batang setelah disamakan dengan cara jumlah tinggi batang dibagi dengan banyak batang”.

Diskusi

Ketika diskusi berlangsung dan ada kesimpulan yang dibuat oleh siswa yang belum sesuai dengan jawaban yang diharapkan muncul maka guru memandu seluruh siswa agar bisa memperoleh kesimpulan yang diharapkan. Kemudian guru mengenalkan bahwa tinggi batang setelah disamakan atau banyak emas batangan dalam setiap guci setelah sama disebut nilai rata-rata hitung. Kemudian guru memandu siswa supaya sampai pada kesimpulan bahwa salah satu alternatif untuk menentukan nilai rata-rata hitung adalah jumlah seluruh data dibagi dengan banyak data.

Hasil dari desain ini didiskusikan dengan guru matematika atau guru model kemudian diterapkan dalam penelitian pendahuluan (*pilot experiment*). Setelah dilaksanakan penelitian pendahuluan, peneliti melakukan revisi atau perbaikan dari desain yang telah dibuat

berdasarkan hasil-hasil yang telah diperoleh dan diskusi dengan guru.

C. Implementasi Desain

Implementasi desain dilaksanakan di kelas 6 SD Pusri yang terdiri dari 34 siswa. Implementasi desain dalam tulisan ini disebut *teaching experiment*. *Teaching experiment* dilakukan untuk mengetahui peranan cerita rakyat Indonesia dalam mendukung pembelajaran rata-rata di kelas 6 dengan pendekatan PMR. Sebelum pembelajaran dimulai, guru menanyakan kepada siswa tentang konteks cerita rakyat dari Palembang yaitu Legenda Pulau Kemaro. Kemudian siswa mendengarkan rekaman yang mengisahkan tentang legenda tersebut dan meminta siswa mencatat informasi-informasi yang berhubungan dengan mata pelajaran matematika. Selanjutnya siswa diminta menyelesaikan tiga permasalahan yang digunakan untuk membimbing siswa memahami konsep dasar rata-rata.



Gambar 1. Unit satuan

Permasalahan pertama adalah siswa diminta menyajikan data berupa emas batangan yang ada dalam guci berdasarkan Legenda Pulau Kemaro kedalam bentuk diagram batang. Dari permasalahan pertama muncul dua macam strategi siswa dalam menyelesaikan permasalahan yaitu menggunakan unit satuan dengan

skala dalam diagram cartesius seperti gambar 1 dan skala dalam diagram cartesius saja seperti yang ditunjukkan oleh gambar 2.



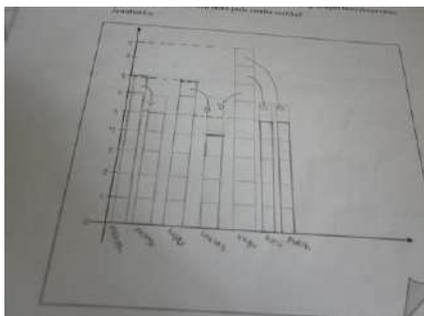
Gambar 2. Diagram kartesius

Strategi siswa dengan menggunakan unit satuan menunjukkan kemampuan siswa dalam menyelesaikan permasalahan yang dilakukan dengan menggunakan aktivitas situasional. Siswa terlebih dahulu menggambar emas batangan yang ada dalam Legenda Pulau Kemaro dalam bentuk persegi panjang yang disusun ke atas sehingga terbentuklah diagram batang. Dari hasil pekerjaan siswa ini terlihat bahwa Legenda Pulau Kemaro sangat membantu siswa dalam penyelesaian permasalahan yang diberikan.

Hasil pekerjaan siswa dengan menggunakan strategi skala pada diagram cartesius seperti gambar 2 menunjukkan kemampuan berfikir yang lebih formal yang muncul dari siswa. Mereka mampu menggambarkan susunan emas batangan yang ada dalam seluruh guci tanpa menggunakan unit satuan terlebih dahulu. Banyak emas batangan dalam tiap susunan bisa langsung diketahui dengan melihat puncak batang yang dihubungkan dengan garis putus-putus menuju ke sumbu vertikal pada diagram cartesius. Ini menunjukkan

kemampuan visualisasi yang lebih tinggi dari permasalahan yang diberikan.

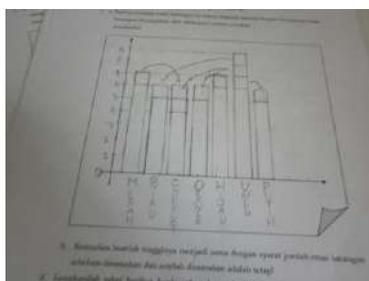
Permasalahan kedua yang diajukan kepada siswa adalah menyamakan tinggi diagram batang yang sudah mereka buat berdasarkan data yang ada dalam Legenda Pulau Kemaro. Syarat yang diberikan adalah jumlah tinggi semua batang sebelum disamakan dan sesudah disamakan adalah sama. Ada tiga macam cara yang digunakan oleh siswa untuk menyelesaikan permasalahan ini. Pertama, mereka menggunakan diagram batang yang dibuat dengan unit satuan. Kedua, permasalahan diselesaikan dengan diawali diagram batang tanpa unit satuan, kemudian ketika menyamakan tinggi dibuat unit satuan. Dan yang terakhir, siswa memotong batang yang ada menjadi sama.



Gambar 3. Pemindahan unit satuan

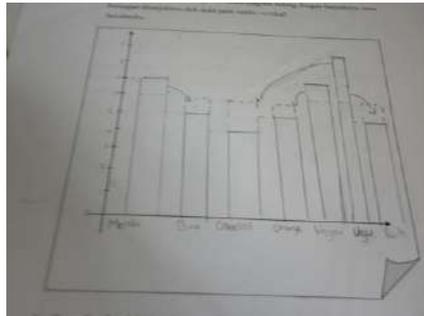
Cara menyelesaikan permasalahan dengan menggunakan diagram batang yang sudah dipartisi ke dalam unit-unit satuan bisa dilihat pada gambar 3. Dari hasil wawancara dengan siswa yang menyelesaikan permasalahan ini, diketahui bahwa mereka mengalami kesulitan menyelesaikan masalah ketika awal membaca soal. Kemudian mereka menggunakan bantuan gabus-gabus yang berbentuk balok dengan ukuran yang sama sudah dibagikan diawal sebagai representasi dari emas

batangan dalam Legenda Pulau Kemaro. Gabus-gabus tersebut mereka susun ke atas sesuai dengan yang dilakukan oleh Raja Cina sehingga membentuk diagram batang. Kemudian mereka memindahkan gabus satu per satu dari susunan gabus tertinggi ke susunan gabus yang lebih rendah sampai semua tingginya menjadi sama. Strategi yang muncul untuk menyelesaikan permasalahan kedua menunjukkan cara menentukan rata-rata pada tahap informal dengan bantuan model-model alat.



Gambar 4. Pemindahan unit satuan yang dibuat di puncak

Strategi kedua dengan menggunakan unit satuan pada bagian atas atau puncak seperti yang ditunjukkan oleh gambar 4. Siswa pada awal pengerjaan soal membuat batang-batang tanpa menggunakan unit satuan. Setelah semua batang selesai dibuat, mereka kemudian mencari batang yang paling tinggi dan membuat unit satuan sesuai dengan skala yang sudah mereka buat pada diagram cartesius. Unit satuan yang sudah dibuat kemudian dipindahkan ke batang yang lebih rendah dan kemudian diulang lagi pada batang yang lain sampai semua batang menjadi sama tinggi.



Gambar 5. Pemotongan batang

Penyelesaian permasalahan yang dilakukan dengan cara memotong batang-batang seperti gambar 5 menunjukkan kemampuan siswa dalam menyelesaikan permasalahan dengan cara yang lebih formal dari pada cara yang ditunjukkan oleh siswa seperti pada gambar 3 dan gambar 4. Siswa menyelesaikan permasalahan tanpa menggunakan bantuan gabus-gabus yang ada. Mereka langsung memperhatikan skala yang ada pada diagram cartesius yang menunjukkan tinggi setiap batang. Kemudian siswa memotong batang yang tinggi dan menyambungkan ke batang yang rendah dan dilakukan berulang-ulang sampai semua batang menjadi sama tinggi.

Permasalahan terakhir yang diberikan kepada siswa adalah mengisi tabel berdasarkan Legenda Pulau Kemaro dan menyimpulkan isi dari tabel tersebut. Siswa berhasil menarik kesimpulan tentang cara menentukan rata-rata yaitu jumlah semua emas batangan dibagi dengan banyak guci. Setelah diskusi kelas, mereka sampai pada kesimpulan yang lebih luas tentang cara menentukan rata-rata adalah jumlah semua data dibagi dengan banyak data.

D. Retrospective Analysis

Penggunaan konteks cerita rakyat Indonesia memberikan pengaruh yang sangat signifikan dalam menjaga motivasi dan ketertarikan siswa dalam belajar konsep rata-rata. Jika ditinjau secara matematis, penggunaan konteks ini mampu membawa siswa untuk menemukan kembali (*reinvent*) dan memahami konsep dasar dari rata-rata. Konteks ini memandu siswa untuk bereksplorasi dan menggunakan informasi yang ada di dalamnya untuk menyelesaikan permasalahan. Strategi yang digunakan siswa seperti pada gambar 5 menunjukkan kemampuan siswa yang lebih formal dari pada sebelumnya karena mereka tidak perlu membuat unit satuan pada seluruh batang yang sudah dibuat.

Topik rata-rata lebih baik tidak diajarkan dengan memberikan rumus secara langsung tetapi siswa harus diberikan kesempatan untuk memahami makna dari membagi secara adil (*fair share*). Legenda Pulau Kemaro sebagai cerita rakyat Indonesia adalah sebuah konteks yang sangat sesuai untuk tahap *preliminary teaching and learning* dalam pembelajaran konsep rata-rata. Melalui aktivitas pendahuluan yang menggunakan tumpukan gabus sebagai representasi dari emas batangan dan tahap situasional, siswa mendapatkan pengetahuan yang lebih dari konsep dasar rata-rata. Pada tahap yang lebih formal, mereka mampu mengubah batang-batang dalam diagram batang menjadi sama tinggi atau rata.

BAB 6

DESAIN PEMBELAJARAN PMR PADA MATERI KELIPATAN PERSEKUTUAN TERKECIL

A. Pendahuluan

Di Sekolah Dasar (SD), KPK merupakan materi pembelajaran bilangan yang mulai diajarkan di kelas IV semester 1. Materi ini diajarkan lebih lanjut di kelas V dan VI sebagaimana yang tercantum pada kurikulum pendidikan di Indonesia. KPK menjadi salah satu topik dimana siswa mengalami kesulitan untuk memahaminya. Hal ini sebagaimana ditunjukkan oleh beberapa kajian bahwa siswa mengalami kesulitan dalam memahami konsep KPK dan menyelesaikan permasalahan yang melibatkan konsep tersebut (Orhun, 2002; Dias, 2005; dan Camli&Bintas, 2009; serta Kakmaci&Yenilmez, 2008 dan Tatar&etc, 2008 dalam Camli Bintas, 2009). Kesulitan ini diantaranya karena kurangnya kemampuan siswa dalam memahami konsep KPK sebagai implikasi dari pembelajaran KPK yang banyak diajarkan secara langsung pada taraf formal secara prosedural maupun langkah-langkah manipulatif.

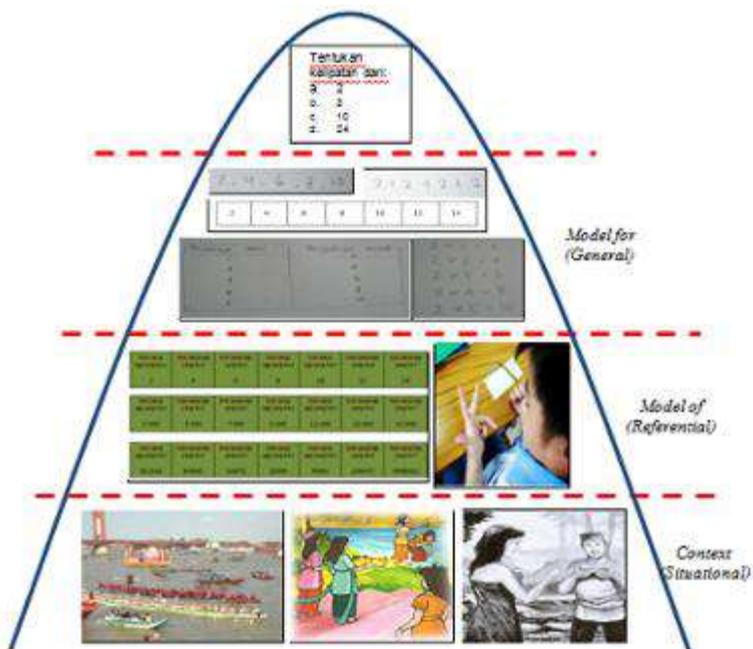
Oleh karena itu, upaya untuk mengembangkan kemampuan siswa agar mampu memahami konsep KPK sangat diperlukan agar mereka berhasil dalam pendidikannya. Upaya ini diantaranya dapat dilakukan melalui aktivitas yang berdasarkan pengalaman siswa. Dalam Gravemeijer (1994) diungkapkan bahwa matematika bukan hanya materi yang ditransfer oleh guru ke siswa. Siswa seharusnya diberi kesempatan dan dibimbing ke dalam situasi untuk menemukan kembali (*reinvent*) konsep matematika dengan cara mereka sendiri. Salah satu pendekatan pembelajaran matematika yang berorientasi pada matematisasi pengalaman sehari-hari adalah Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMR) yang diadaptasi dari pemikiran Freudenthal yang

dituangkan dalam *Realistic Mathematics Education (RME)*. Freudental menekankan konsep matematika sebagai aktivitas manusia (Heuvel-Panhuizen, 1996). Aktivitas manusia berhubungan dengan kehidupan nyata dimana istilah nyata bukan hanya berarti sesuai fakta tetapi juga sebagai suatu situasi permasalahan yang dihadapi siswa memiliki makna bagi mereka.

Berdasarkan apa yang telah diuraikan di atas, pembelajaran KPK dirancang dengan menggunakan pendekatan PMR sebagai salah satu alternative pembelajaran untuk mendukung kemampuan siswa dalam memahami konsep KPK melalui strategi yang mereka gunakan. Pada desain pembelajaran untuk materi KPK ini terdapat tiga tahapan pembelajaran yang akan dilalui siswa meliputi pemahaman konsep kelipatan, kelipatan persekutuan dan KPK itu sendiri. Adapun pada bagian ini yang akan dipaparkan adalah desain pembelajaran KPK untuk topik kelipatan.

Pada pembelajaran KPK untuk topik kelipatan dengan pendekatan PMR ini, digunakan konteks cerita berupa Legenda Putri Dayang Merindu (Yass, 1993 dan Poerwanto, 2009), dimana permasalahan situasional pada legenda ini dipakai sebagai pemfasilitasan situasi awal yang berhubungan dengan pengalaman siswa untuk selanjutnya dikembangkan sampai menuju konsep kelipatan. Dalam hal ini, cerita memiliki aspek matematis selain juga aspek sosial untuk menumbuhkan karakter positif pada siswa. Aspek matematis dikembangkan untuk mendukung kemampuan siswa dalam memahami konsep kelipatan. Penggunaan cerita dalam pembelajaran matematika juga dapat memberikan pengaruh yang positif pada pembelajaran yang lebih bermakna, menyenangkan, dan dapat meningkatkan pemahaman siswa tentang konsep matematika yang dipelajari. (Balakrisna, 2000; Gradanisi, 2002; Goral, 2006; Malinsky, 2008; Zazkis, 2009; dan Price, 2009)

Lebih lanjut, desain yang ada pada pembelajaran ini meliputi serangkaian aktivitas yang dimulai dari aktivitas yang berbasis pengalaman peserta melalui penyelesaian permasalahan situasional pada Legenda Putri Dayang Merindu, penggunaan media berupa kartu bilangan pada tahap yang lebih formal, hingga penentuan kelipatan bilangan pada tahap formal. Pada setiap aktivitas yang telah dirancang ini, dibuatlah suatu lintasan belajar siswa dengan mendiskripsikan bagaimana gambaran setiap aktivitas, merumuskan tujuan, serta konjektur (dugaan) pemikiran siswa yang mungkin muncul dari setiap aktivitas yang ada. Adapun dalam bentuk iceberg, lintasan belajar pada materi KPK untuk topik kelipatan tampak pada Gambar 1 berikut ini.



Gambar 1. Iceberg Kelipatan

B. Pendesainan Pembelajaran PMR

Berdasarkan standar PMR yang telah dijelaskan pada bab sebelumnya, maka kami mencoba mendesai pembelajaran yang berdasarkan standar PMR dan lintasan belajar mengenai aktivitas pembelajaran operasi bilangan sebagaimana yang tampak pada Gambar 1 (RPP Terlampir), yaitu sebagai berikut:

1. Penyelesaian permasalahan situasional pada Legenda Putri Dayang Merindu sebagai *starting point* untuk pembelajaran kelipatan

Pada aktivitas ini, siswa mengidentifikasi aktivitas rutin (aktivitas yang dilakukan secara teratur dan berulang-ulang) pada Legenda Putri Dayang Merindu dan menyelesaikan permasalahan situasional terkait aktivitas rutin tersebut. di awal pembelajaran guru memberikan pertanyaan terkait aktivitas sehari-hari yang dilakukan siswa secara rutin. Guru juga menanyakan apakah mereka mengetahui tentang Legenda Putri Dayang Merindu Kemudian Guru bercerita tentang Legenda tersebut. Saat guru bercerita, Guru memberikan penekanan pada beberapa bagian cerita yang terkait dengan topic pembelajaran yang ada. Setelah guru selesai bercerita, secara berkelompok siswa menjawab sejumlah pertanyaan yang ada pada Lembar Kerja Siswa (LKS).

Tujuan Aktivitas

Untuk mengetahui kemampuan siswa dalam mengidentifikasikan kelipatan melalui strategi mereka dalam melihat adanya keteraturan dan perulangan pada aktivitas rutin dari Legenda Putri Dayang Merindu.

Konjektur

- Pada awal pembelajaran

Guru bertanya kepada siswa terkait aktivitas sehari-hari yang mereka lakukan secara teratur.

Kemudian guru menanyakan berapa kali mereka melakukan aktivitas tersebut dalam sehari.

- *Apa saja aktivitas sehari-hari yang biasanya sering kalian lakukan?*

Guru menggunakan kata “sering” untuk menstimulasi siswa agar mereka menyadari bahwa aktivitas yang dilakukannya terjadi secara teratur dan berulang.

Kemungkinan jawaban siswa:

makan, minum, mandi, olahraga, belajar, bermain, nonton TV.

- *Berapa kali aktivitas tersebut kamu lakukan?*

“Berapa kali” diajukan untuk mengarahkan siswa tentang banyaknya aktivitas tersebut dilakukan. Dari pertanyaan ini diharapkan muncul bilangan yang menunjukkan berapa kali aktivitas tersebut dilakukan dalam periode waktu tertentu.

Kemungkinan jawaban siswa: dua kali, tiga kali, dst.

- **Pertanyaan-pertanyaan yang terdapat pada Lembar Kerja Siswa (LKS) yaitu:**

1. *Sebutkan kegiatan apa saja yang dilakukan secara teratur dan berulang-ulang pada cerita Legenda Putri Dayang Merindu?*

Melalui pertanyaan ini diharapkan siswa dapat mengidentifikasi aktifitas rutin (aktivitas yang dilakukan secara teratur dan berulang-ulang) berdasarkan cerita Legenda Putri Dayang Merindu. Kata kegiatan digunakan untuk menunjukkan pada aktivitas, dan dalam hal ini disesuaikan dengan bahasa yang memungkinkan untuk lebih mudah dipahami oleh siswa.

Kemungkinan jawaban siswa:

- Putri Dayang Merindu dan teman-temannya mandi di sungai setiap dua kali sehari, dan

pertemuan kembali antara Putri Dayang Merindu dan Kemala Negara setiap dua hari sekali. Siswa yang memberikan jawaban seperti ini, dia mampu mengidentifikasi bagian cerita yang menunjukkan suatu aktivitas rutin melalui penggunaan kata-kata yang ada dalam cerita.

- Mandi atau pertemuan kembali (menyebutkan salah satu).

Siswa yang hanya menyebutkan salah satu aktivitas rutinitas yang terdapat pada cerita, kemungkinan mereka kurang begitu teliti untuk mengidentifikasi seluruh aktivitas rutin berdasarkan cerita. Hal ini bisa dipengaruhi oleh pemahaman awal siswa tentang apa yang mereka pahami tentang aktivitas yang dilakukan secara rutin. Selain itu, bisa juga dipengaruhi oleh diskusi di awal pembelajaran bahwa aktivitas yang rutin dilakukan dan telah disebutkan sebelumnya misalnya adalah mandi.

- Kegiatan lain yang terdapat pada cerita tetapi bukan merupakan suatu aktivitas yang rutin dilakukan. Siswa dalam hal ini kemungkinan belum mengerti apa yang dimaksud kegiatan yang dilakukan secara teratur dan berulang-ulang. Kemungkinan lainnya adalah siswa lupa atau tidak memperhatikan isi cerita yang terkait dengan pertanyaan tersebut.

2. *Berdasarkan cerita Legenda Putri Dayang Merindu, Putri dan teman-temannya mandi di sungai setiap dua kali sehari, maka tentukan: Berapa kali Putri mandi di sungai dalam waktu satu hari, dua hari, tiga hari, empat hari, dan lima hari?*

Dari pertanyaan ini diharapkan siswa siswa dapat melihat adanya keteraturan dan perulangan dari banyaknya mandi tersebut. Selain itu, pertanyaan ini untuk mengetahui strategi siswa dalam menentukan banyaknya mandi dalam sejumlah hari yang telah ditentukan.

Kemungkinan jawaban siswa:

- Siswa menjawab dengan menggunakan jari tangan

Dalam hal ini, siswa mungkin menjawab berdasarkan kebiasaannya dalam menghitung. Strategi yang digunakan bisa menghitung dengan penjumlahan dua-dua atau dengan menghitung lanjut.

- Siswa menjawab dengan menggunakan perhitungan matematika. Beberapa strategi yang mungkin digunakan adalah:

➤ Siswa menggunakan konsep penjumlahan secara kumulatif, yaitu dengan menghitung banyaknya mandi dalam:

satu hari: 2,

dua hari: $2 + 2 = 4$,

tiga hari: $4 + 2 = 6$, dst.

➤ Siswa menggunakan konsep penjumlahan dengan menambahkan banyaknya mandi setiap harinya, yaitu dengan menghitung banyaknya mandi dalam:

satu hari: 2,

dua hari: $2 + 2 = 4$,

tiga hari: $2 + 2 + 2 = 6$, dst

➤ Siswa menggunakan konsep perkalian, yaitu:

Satu hari: $1 \times 2 = 2$,

dua hari: $2 \times 2 = 4$,

tiga hari: $3 \times 2 = 6$, dst

Siswa yang menjawab dengan perhitungan matematika ini, mereka telah mampu mengaitkan permasalahan yang ada dengan konsep matematika yang telah dimiliki.

- Siswa menjawab dengan tanpa perhitungan, langsung menentukan banyaknya mandi dalam sekian hari yang telah ditentukan.

Dalam hal ini, kemungkinan siswa menjawab dengan menggunakan perhitungan secara mental (dalam pemikiran mereka).

3. *Dari pertemuan antara Putri Dayang Merindu dan Kemala Negara, diketahui bahwa mereka janjian untuk bertemu lagi di tepi sungai setiap dua hari sekali, maka tentukan:*

*a. Jika Putri Dayang Merindu dan Kemala Negara bertemu pertama kali pada hari **Minggu**, maka **pada hari apa saja selama satu minggu** Putri pergi lagi ke sungai sesuai janjiaannya dengan kemala Negara?*

Pertanyaan ini diajukan untuk mengarahkan siswa menggunakan pemahaman mereka tentang pertemuan yang dilakukan secara teratur dan berulang-ulang, dan pemahaman mereka tentang hari sehingga dapat memunculkan strategi mereka dalam menggunakan pemahaman yang telah dimilikinya tersebut. Lebih lanjut, pertanyaan ini digunakan untuk mengetahui bagaimana siswa memahami makna “dua hari sekali” jika diaplikasikan dalam hari. Kemungkinan akan terdapat pemahaman yang berbeda dari siswa dalam menentukan dua hari sekali ini, sehingga hal ini akan dibahas saat diskusi agar siswa dapat diarahkan untuk memperoleh pemahaman yang benar.

Kemungkinan jawaban siswa:

- Siswa menggunakan bantuan tangan untuk mengingat kembali tentang hari dan mengkorelasikan dengan apa yang diketahui bahwa Putri Dayang Merindu pergi ke sungai setiap dua hari sekali.

Dalam hal ini, kemungkinan siswa menggunakan pemahamannya tentang hari dan kebiasaannya dalam menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan hari.

- Siswa menjawab dengan menggunakan perhitungan terlebih dahulu, kemudian mengaitkannya dengan hari. Yaitu:

Pergi lagi yang ke-1: Minggu + 2 hari = Selasa, dst

Pergi lagi yang ke-2: Selasa + 2 hari = Kamis, dst

Dalam hal ini, siswa sudah mengaitkan antara permasalahan yang ada dengan pemahaman Matematika yang dimilikinya, yaitu terkait konsep penjumlahan berulang.

b. Jika Putri Dayang Merindu dan Kemala Negara bertemu pertama kali pada tanggal 1 Mei, maka pada tanggal berapa saja selama dua minggu Putri pergi lagi ke sungai sesuai janjiaannya dengan kemala Negara?

Pertanyaan ini diajukan untuk mengarahkan siswa menggunakan pemahaman mereka tentang pertemuan yang dilakukan secara teratur dan berulang-ulang, dan pemahaman mereka tentang tanggal sehingga dapat memunculkan strategi mereka dalam menggunakan pemahaman yang telah dimilikinya tersebut. Lebih lanjut, pertanyaan ini digunakan untuk mengetahui bagaimana siswa memahami makna “dua hari sekali” jika diaplikasikan dalam tanggal. Kemungkinan akan terdapat pemahaman yang

berbeda dari siswa dalam menentukan dua hari sekali ini, sehingga hal ini akan dibahas saat diskusi agar siswa dapat dibimbing untuk memperoleh pemahaman yang benar. Penggunaan tanggal juga memungkinkan siswa untuk menggunakan perhitungan dengan bilangan.

Kemungkinan jawaban siswa:

- Siswa menggunakan bantuan tangan untuk mengingat kembali tentang tanggal dan mengkorelasikannya dengan apa yang diketahui bahwa Putri Dayang Merindu pergi ke sungai setiap dua hari sekali.

Dalam hal ini, kemungkinan siswa menggunakan pemahamannya tentang hari dan tanggal, serta kebiasaannya dalam menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan hari dan tanggal.

- Siswa menjawab dengan menggunakan perhitungan terlebih dahulu, kemudian mengaitkannya dengan tanggal. Yaitu:

Pergi lagi yang ke-1: $1 + 2 = 3$, dst

Pergi lagi yang ke-2: $3 + 2 = 5$, dst

Dalam hal ini, siswa sudah mengaitkan antara permasalahan yang ada dengan pemahaman Matematika yang dimilikinya, yaitu terkait konsep penjumlahan berulang.

4. *Dari jawaban kamu pada soal no. 3, tentukan berapa hari lagi Putri Dayang Merindu pergi lagi yang ke-1, ke-2, ke-3, ke-4, dan ke-5?*

Pertanyaan ini untuk mengarahkan siswa pada tahap yang lebih formal dalam mengidentifikasi kelipatan suatu bilangan.

Kemungkinan jawaban siswa:

- Siswa menggunakan pemahamannya tentang hari.

Misalnya: Pergi lagi yang ke-1 hari Selasa, berarti dari hari Minggu hingga hari Selasa dibutuhkan waktu dua hari lagi.

- Siswa menggunakan pemahamannya tentang tanggal.

Misalnya: Pergi lagi yang ke-1 tanggal 3 Mei, berarti dari tanggal 1 Mei hingga tanggal 3 Mei dibutuhkan waktu dua hari lagi.

- Siswa menggunakan pemahamannya tentang permasalahan yang ada, yaitu: karena dari soal diketahui Putri perginya setiap dua hari sekali, berarti pergi lagi yang ke-1 adalah 2 hari lagi, pergi lagi yang ke-2 adalah 4 hari lagi, dst. Dalam hal ini, kemungkinan siswa juga menggunakan pengetahuannya tentang konsep penjumlahan berulang.

Diskusi Kelas

Diskusi kelas dilakukan untuk mengeksplorasi lebih lanjut jawaban siswa yang dituliskan pada lembar kerja siswa. Diskusi juga dilakukan untuk meluruskan pemahaman siswa agar sesuai dengan tujuan yang diharapkan. Berbagai jawaban siswa dengan strategi yang berbeda dapat dibahas, sehingga pada akhirnya siswa dapat memilih strategi yang lebih efektif untuk mereka. Pada akhir diskusi guru mengarahkan agar siswa menarik kesimpulan dari pembelajaran yang dilakukan.

2. Penggunaan kartu bilangan sebagai perantara dari tahap situasional ke formal pada pembelajaran kelipatan

Pada aktivitas ini siswa menyelesaikan permasalahan situasional pada Legenda Putri Dayang Merindu, yaitu terkait kapan Putri pergi lagi ke sungai, dengan perantaraan model yang digunakan untuk mencapai

tahap yang lebih formal dalam memahami makna kelipatan suatu bilangan. Pada tahap ini, digunakan kartu bilangan sebagai perantara dari aktivitas sebelumnya, hingga memunculkan model dari siswa melalui strategi yang digunakan untuk mencapai tahap formal dalam memahami makna kelipatan suatu bilangan, diantaranya yaitu siswa dapat menemukan dan menggunakan ‘unit tabel’.

Tujuan Aktivitas

Untuk membimbing siswa mengembangkan strateginya dalam memahami makna kelipatan suatu bilangan dengan mengaitkan antara aktivitas sebelumnya, pemahaman yang telah dimilikinya, dan model yang digunakan.

Konjektur

- Pada awal pembelajaran

Guru mengingatkan siswa tentang aktivitas rutin pada Legenda Putri Dayang Merindu, khususnya terkait pertemuan antara Putri Dayang Merindu dan Kemala Negara dimana Putri harus pergi ke sungai tempat mereka janji setiap dua hari sekali.

- Pertanyaan dalam LKS

1. Pertanyaan no.1, 2 dan 3 terkait dengan permasalahan pada aktivitas sebelumnya, yaitu Putri Dayang Merindu pergi ke sungai setiap dua hari sekali.

Pada aktivitas sebelumnya siswa telah menyelesaikan permasalahan yang ada. Adapun pada aktivitas ini digunakan kartu sebagai bantuan dalam menyelesaikan permasalahan yang ada dan mengembangkan kemampuan siswa dalam memahami kelipatan suatu bilangan melalui strategi yang mereka gunakan.

Dalam menjawab pertanyaan pada soal ini, pada soal diberi petunjuk agar siswa menggunakan kartu-kartu yang telah disediakan untuk membantu menyelesaikan permasalahan yang ada. Dengan bimbingan dari Guru pula, siswa diarahkan agar mengisi kartu-kartu yang ada dan mengurutkannya dari Putri pergi lagi yang ke-1, ke-2, hingga ke-7.

Tujuan dari penggunaan kartu adalah untuk mengeksplorasi pemahaman siswa tentang hubungan antara hari, tanggal, dan berapa hari lagi Putri pergi lagi ke sungai. Dengan kartu-kartu tersebut disusun secara urut, diharapkan siswa dapat menemukan adanya keteraturan dan konsep penjumlahan berulang, terutama kartu yang diisi dengan berapa hari Putri pergi ke sungai. Hal ini juga diharapkan dapat mempermudah pada tahap pembelajaran selanjutnya karena terdapat kaitan dengan aktivitas dan strategi yang muncul dari siswa pada tahap ini.

Kartu-kartu yang ada akan diisi dengan hari, tanggal dan berapa hari lagi yang menunjukkan kapan Putri pergi lagi ke sungai. Pada kartu tersebut hanya berisi keterangan “Putri pergi lagi yang ke-1, ke-2, hingga ke-7” dibagian atas kartu. Dengan petunjuk guru siswa akan mengisi jawaban pertanyaan no. 3-5 pada kartu tersebut. Jawaban siswa yang diharapkan dari kartu-kartu yang telah diisi dan diurutkan adalah sebagai berikut:

➤ Kartu yang diisi dengan hari

Putri pergi lagi yang ke-1 SELASA	Putri pergi lagi yang ke-2 KAMIS	Putri pergi lagi yang ke-3 SABTU	Putri pergi lagi yang ke-4 SENIN	Putri pergi lagi yang ke-5 RABU	Putri pergi lagi yang ke-6 JUM'AT	Putri pergi lagi yang ke-7 MINGGU
--------------------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------

➤ Kartu yang diisi dengan tanggal

Putri pergi lagi yang ke-1 3 MEI	Putri pergi lagi yang ke-2 5 MEI	Putri pergi lagi yang ke-3 7 MEI	Putri pergi lagi yang ke-4 9 MEI	Putri pergi lagi yang ke-5 11 MEI	Putri pergi lagi yang ke-6 13 MEI	Putri pergi lagi yang ke-7 15 MEI
-------------------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------

➤ Kartu yang diisi dengan berapa hari lagi

Putri pergi lagi yang ke-1 2	Putri pergi lagi yang ke-2 4	Putri pergi lagi yang ke-3 6	Putri pergi lagi yang ke-4 8	Putri pergi lagi yang ke-5 10	Putri pergi lagi yang ke-6 12	Putri pergi lagi yang ke-7 14
---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	----------------------------------	----------------------------------	----------------------------------

Keterangan:

Selain penyusunan secara mendatar, kemungkinan siswa juga akan menyusun dalam bentuk kolom atau bentuk lain sesuai kreasi mereka sendiri.

Setelah kartu diisi, pada LKS siswa juga diperintahkan untuk menggambar kartu-kartu tersebut dan menuliskan isi dari kartu tersebut.

Jawaban siswa yang diharapkan untuk Putri pergi ke sungai setiap dua hari sekali:

2	4	6	8	10	12	14
---	---	---	---	----	----	----

Dengan strategi ini diharapkan siswa dapat menemukan unit tabel dan menggunakannya untuk menyelesaikan permasalahan yang lain tanpa harus menggunakan kartu.

Selanjutnya dari kartu-kartu yang telah digambarkan dan membentuk unit tabel tersebut siswa diharapkan dapat menuliskan berapa hari lagi Putri pergi lagi yang ke-1,

ke-2, hingga ke-7 dalam bentuk list, yaitu:
2, 4, 6, 8, 10, 12, 14

2. Pertanyaan no.4 pertanyaan ini sebagai generalisasi dari pertanyaan no.3 yang ditujukan untuk mengarahkan siswa pada tahap yang lebih formal dalam mengidentifikasi kelipatan suatu bilangan. Untuk itu, untuk menjawab pertanyaan ini siswa tidak lagi menggunakan kartu, tetapi menggunakan strategi yang mereka kembangkan sendiri. Dari pertanyaan ini pula diharapkan siswa meningkatkan kemampuan siswa dalam mengidentifikasi dan menentukan kelipatan pada berbagai bilangan yang lain.
3. Pertanyaan no.5 adalah untuk mengarahkan siswa agar dapat memahami makna kelipatan suatu bilangan dengan melakukan proses generalisasi dan penarikan kesimpulan dari jawaban-jawaban mereka pada pertanyaan-pertanyaan sebelumnya.
 - a. *Jika diketahui setiap berapa hari sekali Putri pergi ke sungai, maka:
Putri pergi ke sungai, maka:
Apa yang dapat kamu jelaskan tentang bilangan-bilangan yang menunjukkan berapa hari lagi putri pergi lagi ke sungai?*
Melalui pertanyaan ini diharapkan siswa dapat menarik kesimpulan dari hubungan antara setiap berapa hari sekali Putri pergi dengan berapa hari lagi dia akan pergi lagi.
Siswa juga diharapkan dapat mengenali pola bilangan yang terbentuk jika diketahui setiap berapa hari sekali Putri pergi. Hal ini untuk mengarahkan pemahaman mereka pada makna kelipatan suatu bilangan.

b. Jika bilangan-bilangan yang menunjukkan berapa hari lagi Putri Dayang Merindu pergi lagi ke sungai yang ke-1, ke-2, ke-3, dan seterusnya disebut sebagai kelipatan, maka apa yang dapat kamu simpulkan tentang kelipatan dari suatu bilangan?

Dengan pertanyaan ini diharapkan siswa dapat menjelaskan tentang arti kelipatan suatu bilangan dengan bahasa mereka sendiri. Dalam hal ini guru dapat juga mengarahkan siswa melalui contoh-contoh. Misalkan:

Jika Putri pergi setiap hari (satu hari sekali), maka bilangan yang terbentuk yang menunjukkan berapa hari lagi ia pergi adalah: 1,2,3,4,5,...

Kemudian siswa diarahkan, maka kelipatan dari 1 adalah bilangan-bilangan tadi.

Jika Putri pergi dua hari sekali, maka bilangan yang terbentuk yang menunjukkan berapa hari lagi ia pergi adalah: 2,,4,6,8,...

Kemudian siswa diarahkan, maka kelipatan dari 2 adalah bilangan-bilangan tadi.

Jika Putri pergi 3 hari sekali, maka bilangan yang terbentuk yang menunjukkan berapa hari lagi ia pergi adalah: 1,2,3,4,5,...

Kemudian siswa diarahkan, maka kelipatan dari 3 adalah bilangan-bilangan tadi.

Dst.

Diskusi Kelas

Diskusi kelas dilakukan untuk mengetahui lebih lanjut kemampuan siswa dalam mengaitkan antara aktivitas yang telah dilakukan dengan strategi mereka dalam menyelesaikan permasalahan yang ada melalui perantaraan model yang digunakan untuk memahami makna kelipatan suatu bilangan. Peran guru pada saat

tahap diskusi sangat penting untuk membimbing siswa mengaitkan antara berbagai aktivitas sebelumnya yang telah dilakukan, pemahaman yang telah dimiliki siswa, dan model yang dikembangkannya. Diskusi lebih lanjut dari strategi siswa dalam mengidentifikasi aktivitas yang terjadi secara teratur dan berulang diharapkan dapat meningkatkan kemampuan siswa dalam mengidentifikasi kelipatan suatu bilangan dan menemukan konsep penjumlahan berulang dalam kelipatan.

3. Penyelesaian soal-soal pada tahap formal untuk menentukan kelipatan suatu bilangan.

Pada aktivitas ini, siswa menyelesaikan soal-soal pada tahap formal untuk menentukan kelipatan suatu bilangan. Dalam hal ini, siswa menyelesaikan sejumlah pertanyaan pada LKS yang berupa bilangan-bilangan yang akan ditentukan kelipatannya. Siswa juga diminta untuk memberikan contoh kelipatan suatu bilangan dan bagaimana cara menentukannya. Pada tahap ini siswa bekerja pada tahap formal untuk menentukan kelipatan suatu bilangan. Siswa juga dilatih untuk melakukan abstraksi bagaimana menentukan kelipatan suatu bilangan, yaitu dengan diberikan suatu bilangan-bilangan yang besar atau hanya berupa simbol dan huruf untuk dicari kelipatannya.

Tujuan Aktivitas

Untuk meningkatkan kemampuan siswa dalam menentukan kelipatan suatu bilangan dengan baik dengan menggunakan penjumlahan berulang maupun perkalian, serta untuk melatih kemampuan mereka dalam melakukan abstraksi pada konsep kelipatan.

Konjektur

- Pada awal pembelajaran

Guru mengingatkan siswa tentang aktivitas sebelumnya tentang apa yang dimaksud dengan

kelipatan suatu bilangan dan bagaimana cara yang dapat digunakan untuk menentukannya.

- **Pertanyaan yang terdapat pada LKS**

1. Pada pertanyaan no.1 siswa diberikan pertanyaan untuk menentukan kelipatan dari berbagai bilangan mulai dari bilangan kecil, sedang hingga bilangan yang besar. Bilangan-bilangan yang kecil ditujukan untuk mengingatkan siswa bagaimana mencari kelipatan sebagaimana aktivitas sebelumnya. Adapun bilangan-bilangan yang besar ditujukan untuk mengetahui bagaimana strateginya dan untuk mengecek apakah siswa benar-benar memahami kelipatan. Dalam hal ini siswa mungkin saja kesulitan dalam perhitungannya, tapi siswa mendapatkan pemahaman bagaimana mencarinya secara mental.
2. Pada pertanyaan no.2 siswa diminta untuk memberikan contoh kelipatan suatu bilangan dan bagaimana cara mencarinya. Dengan pertanyaan ini diharapkan siswa juga dapat menentukan kelipatan berbagai bilangan yang lain, yang tidak diberikan dalam soal.

Diskusi kelas

Pada tahap diskusi ditekankan pada bagaimana siswa menggunakan strateginya dalam menentukan kelipatan pada tahap formal. Selain itu, untuk mengecek pemahaman lebih lanjut dari siswa tentang kelipatan, siswa diajak berdiskusi untuk menentukan kelipatan dalam bilangan-bilangan yang besar. Dalam hal ini, siswa tidak dituntut untuk menemukan hasilnya, tetapi lebih pada bagaimana cara untuk menentukan kelipatannya dan bagaimana hal itu dipahami secara mental mereka.

Implementasi Desain Pembelajaran di kelas

Pada tahapan ini, kami mengujicobakan aktivitas pembelajaran yang telah didesain sebelumnya, dengan penjelasan mengenai proses pembelajarannya sebagai berikut.

1. Penyelesaian permasalahan situasional pada Legenda Putri Dayang Merindu sebagai *starting point* untuk pembelajaran kelipatan

Aktivitas ini dilakukan pada pertemuan pertama dari pembelajaran KPK untuk topik kelipatan. Sebelum pembelajaran dimulai, siswa di kelas dikondisikan untuk duduk berkelompok dengan masing-masing kelompok terdiri dari 4-5 siswa. Selanjutnya guru menyampaikan kepada siswa tentang pembelajaran yang akan dilakukan.

Sebagaimana aktivitas yang telah didesai, dalam pembelajaran kelipatan ini digunakan konteks cerita Legenda Putri Dayang Merindu. Dalam Legenda ini terdapat permasalahan situasional yang akan digunakan sebagai *starting point* dalam pembelajaran dimana hal ini berguna untuk pemfasilitasan situasi awal yang berhubungan dengan pengalaman atau pengetahuan awal siswa.

Sebelum guru bercerita tentang Legenda Putri Dayang Merindu, untuk mengarahkan siswa agar mampu menyelesaikan permasalahan situasional pada Legenda ini sebagaimana soal-soal yang telah dibuat dalam LKS, di awal pembelajaran guru menanyakan kegiatan sehari-hari siswa yang sering dilakukan secara teratur. Berikut ini kutipan dialog antara guru dengan siswa dari hal ini:

Guru : “Kegiatan apa saja yang kalian lakukan dalam satu hari bisa beberapa kali, mungkin dua kali, tiga kali, empat kali, lima kali”

Akmal : “Makan”

Guru : “Ya, bisa makan. Berapa kali Akmal”

Akmal : “Tiga kali dalam satu hari”

Guru : “Apalagi”
Sunia : “Mandi”
Guru : “Berapa kali Sunia mandi?”
Sunia : “Dua kali”
Guru : “Dua kali dalam...”
Siswa : “Satu hari”
Aulia : “Bu, belajar”
Guru : “Bisa, berapa kali, nak?”
Aulia : “Dua kali”

Demikian dialog ini dilanjutkan dengan jawaban yang beragam dari siswa yang lain, diantaranya Safira menjawab shalat lima kali dalam sehari. Guru juga menambahkan member pertanyaan ke siswa tentang apa yang disuruh dokter ketika sakit. Siswa menjawabnya dengan minum obat tiga kali sehari. Dari jawaban-jawaban siswa ini, guru memberikan penekanan bahwa contoh-contoh kegiatan, perbuatan atau apa yang siswa lakukan tersebut dilakukan setiap hari dan berulang-ulang, dimana untuk minum obat dilakukan hanya selama sakit. Gambar 1 bagian kiri berikut ini menunjukkan kegiatan-kegiatan rutin siswa.



Gambar 1. Kegiatan-kegiatan rutin yang disebutkan siswa (kiri) dan Guru bercerita Legenda Putri Dayang Merindu (Kanan)

Selanjutnya, Guru bercerita Legenda Putri Dayang Merindu sebagaimana tampak pada Gambar 1 bagian

kanan di atas. Guru melibatkan siswa selama bercerita dengan memberikan pertanyaan-pertanyaan. Melalui kreativitas Guru dalam bercerita, bagian-bagian cerita dikaitkan dengan kehidupan sehari-hari siswa sehingga dengan bahasa yang digunakan cerita tersebut lebih mudah dipahami oleh siswa. Guru memberikan penekanan dua point dari cerita yang ada, yaitu Putri Dayang Merindu mandi di sungai Musi setiap dua hari sekali, dan pertemuan antara Putri Dayang Merindu dan Kemala Negara setiap dua hari sekali. Saat bercerita, Guru menyampaikan kepada siswa bahwa Putri mandi di sungainya setiap pagi dan petang. Kemudian Guru bertanya berarti dalam sehari mandinya berapa kali. Adapun untuk pertemuan antara Putri dan Kemala, guru mengarahkan siswa untuk bisa membedakan antara mandi setiap 2 hari sekali dan pertemuan setiap 2 hari sekali. Melalui cerita ini dapat memotivasi siswa dalam belajar, siswa tampak antusias untuk mengikuti pembelajaran yang ada. Keterlibatan siswa dalam menjawab pertanyaan-pertanyaan dari guru terkait permasalahan situasional yang terdapat pada cerita juga membantu siswa untuk menemukan konsep kelipatan melalui strategi yang mereka gunakan. Hal ini tampak lebih jelas ketika siswa menjawab pertanyaan-pertanyaan dalam LKS dan ketika diskusi kelas berlangsung.

Setelah Guru selesai bercerita, LKS dibagikan ke siswa. Guru mengarahkan siswa agar bekerjasama dalam kelompoknya masing-masing untuk menjawab pertanyaan dalam LKS. Kertas plano juga disediakan untuk menuliskan jawaban siswa dan akan digunakan saat presentasi. Selama siswa mengerjakan LKS ini, guru memberikan pengarahan kepada siswa untuk membantu mereka dalam memahami maksud soal. Guru meminta perhatian seluruh kelas, ketika ada kelompok yang kesulitan dan menjelaskan maksud soal. Yaitu ketika ada kelompok yang kesulitan menjawab pertanyaan no.3 dan

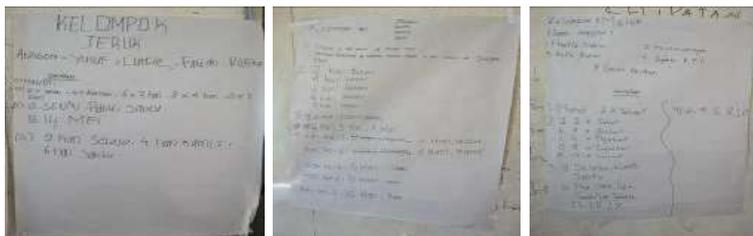
4 pada LKS, Guru mengarahkan kepada siswa dengan bahwa jika Putri dan Kemala janjinya setiap dua hari sekali dan pertemuan pertama kali hari Minggu tanggal 1 Mei, maka kapan Putri akan pergi lagi dengan memberikan penekanan pada dua hari berikutnya, dua hari berikutnya, dst, begitu juga dengan tanggal. Adapun untuk pertanyaan no.4, Guru mengarahkan siswa mengisi no.3 terlebih dahulu, karena jawabannya saling berkaitan.

Guru juga memotivasi agar siswa bekerja dengan cepat (makin cepat makin baik), senantiasa berdiskusi, dan membagi tugas kerja dalam kelompok. Dalam hal ini, Guru mengarahkan ada siswa yang menulis, ada yang berpikir bersama. Guru juga memberikan pujian kepada siswa yang kerjasama kelompoknya bagus dan jawabannya tepat. Ketika menulis jawabannya di kertas plano, Guru menyampaikan kepada siswa agar menulis dengan besar supaya jelas karena akan presentasi di depan. Dengan pengarahan dari guru ini, siswa dapat bekerja dengan baik dalam kelompoknya.

Tahap berikutnya dari pembelajaran di kelas adalah diskusi kelas melalui presentasi beberapa kelompok. Kelompok yang presentasi adalah kelompok yang dapat menyelesaikan LKS lebih dahulu dan segera menempelkan hasil kerjanya di depan kelas. Guru dalam hal ini mengarahkan siswa yang presentasi agar bersuara keras, menghadap ke depan (tidak membelakangi siswa lain di kelas) dan menjelaskan jawabannya. Adapun kelompok lain diminta membandingkan jawaban mereka. Guru menyampaikan kepada siswa agar jangan menyalahkan jawaban temannya, tapi bagaimana mencari pembenaran. Selama berlangsungnya diskusi kelas, apabila ada kelompok atau siswa yang rebut dan kurang memperhatikan jawaban temannya yang presentasi, guru memberikan teguran dan memintanya untuk memperhatikan dan membandingkan dengan jawaban mereka masing-masing. Dalam hal ini, Guru memberi

kesempatan kepada kelompok lain untuk melakukan pembenaran terhadap suatu kelompok yang jawabannya kurang tepat.

Saat siswa presentasi, Guru meminta siswa untuk menjelaskan bagaimana cara mendapatkan jawabannya, tetapi beberapa kelompok masih belum begitu berani menyampaikan alasannya, sehingga Guru membantunya dalam menyampaikan apa jawaban mereka serta meminta kelompok yang lain untuk membantu menjelaskan apabila mereka memiliki jawaban yang sama. Guru memberikan pengarahannya bagaimana siswa berani menyampaikan pendapatnya, dengan mengingatkan mereka ke soal asal, yaitu Putri bertemu Kemala pertama kali hari apa, maka selanjutnya Putri pergi lagi hari apa? Begitu juga untuk tanggal. Gambar 2 berikut ini menunjukkan jawaban siswa untuk LKS pada kativitas 1 sebagaimana yang ditempel di depan kelas pada saat presentasi.



Gambar 2. Beberapa jawaban siswa untuk LKS pada aktivitas 1

Dari beberapa kelompok yang presentasi, berikut ini evaluasi jawaban setiap kelompok:

- Kelompok Apel

Untuk aktivitas rutin yang terdapat pada cerita menyebutkan mandi dan pertemuan antara Putri dan Kemala. Awalnya saat menuliskan jawabannya terjadi kesalahan pada pertemuan Putri dan Kemala, yaitu dua

kali sehari, kemudian diarahkan guru sehingga mereka menyadari bahwa pertemuannya adalah setiap dua hari sekali. Menggunakan pemahaman tanggal, yaitu sejak tanggal 1 Mei untuk menentukan berapa hari lagi Putri akan pergi lagi.

- Kelompok Melon

Untuk aktivitas rutin yang terdapat pada cerita, hanya menyebutkan mandi dua hari sekali, identifikasi kurang. Kemudian guru mengarahkan apa lagi yang dilakukan Putri yang lainnya. Saat menyebutkan tanggal berapa saja Putri pergi lagi selama dua minggu, dia menyebutkan tanggal 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17. Dari jawaban ini, Guru menanyakan berapa minggu Putri perginya, dalam kelas menjawab 3 minggu. Dari jawaban kelompok ini berarti siswa tanpa begitu memperhatikan permintaan soal, yaitu yang diminta hanya selama dua minggu. Tapi dalam hal ini, berarti siswa sudah mampu melakukan generalisasinya.

- Kelompok Leci

Untuk aktivitas rutin yang terdapat pada cerita. Hanya menyebutkan mandi dua kali sehari, guru mengarahkan berarti kurang satu lagi kegiatan yang rutin dan siswa diminta menyebutkan apa yang kurang. Menyebutkan hari Senin Putri pergi, tanggal 2 Putri juga pergi. Sehingga Guru mengarahkan dengan memberikan pertanyaan kapan pertama kali bertemu Kemala. Jika hari Minggu mereka bertemu dan janjinya setiap dua hari sekali apakah berarti Minggu ketemu, Senin ketemu juga. Dari sini siswa bisa menyadari kesalahannya, begitu juga untuk tanggal.

- Kelompok Anggur

Untuk aktivitas rutin yang terdapat pada cerita, hanya menyebutkan mandi dua kali sehari. Untuk jawaban dari soal no. 3, Guru mengarahkan siswa kapan pertama kali bertemu, kemudian kapan Putri akan pergi lagi.

- Kelompok Jeruk

Untuk aktivitas rutin yang terdapat pada cerita, hanya menyebutkan aktivitas mandi. Hanya menyebutkan tanggal 14 Putri akan pergi lagi. Menggunakan hari untuk menentukan berapa hari Putri pergi lagi, yaitu selasa butuh dua hari lagi, kamis butuh 4 hari lagi, dst. Kelompok ini hanya menyebutkan tanggal 14, kemungkinan karena yang diminta dalam soal adalah kapan Putri akan pergi lagi selama dua minggu. Selanjutnya, dalam menentukan berapa hari lagi Putri pergi, kelompok ini bisa mengaitkan pemahaman yang telah diketahuinya tentang hari.

Secara keseluruhan, dari jawaban siswa pada LKS dan argumentasi mereka pada saat diskusi, seluruh kelompok telah mampu mengidentifikasi aktivitas rutin yang terdapat pada cerita Legenda Putri dayang Merindu. Bagi kelompok yang jawabannya kurang lengkap, yaitu hanya menyebutkan aktivitas mandi, dengan membandingkan jawaban kelompok lain yang sudah benar, mereka bisa menyadari apa yang kurang dari jawabannya. Seluruh kelompok juga telah menjawab dengan benar dalam menentukan banyaknya mandi dalam sekian hari, jika diketahui Putri mandi di sungai setiap dua hari sekali. Strategi yang mereka gunakan adalah dengan penjumlahan berulang dan perkalian.

Untuk pertanyaan yang terkait dengan kapan Putri pergi lagi ke sungai sesuai jannjiannya dengan Kemala Negara, siswa mampu menggunakan pemahamannya tentang hari, yaitu apa yang dimaksud dengan dua hari sekali. Kebanyakan cara yang mereka gunakan adalah dengan menggunakan bantuan Jari tangan. Mereka melakukannya dengan penambahan dua, dst. Ada juga kelompok yang memahami makna dua hari sekali dengan pemahaman 'lompat', yaitu Minggu ke Selasa lompat satu (Senin), Selasa ke Kamis lompat satu (Rabu), dst. Kelompok lainnya menggunakan penalaran secara mental untuk menentukan dua hari sekali (tanpa menggunakan

bantuan tangan, tapi diikrkan dalam otak mereka). Adapun untuk menentukan tanggal, selain menggunakan bantuan tangan, banyak kelompok yang telah mengerjakan dengan perhitungan matematika, yaitu dengan penjumlahan berulang ataupun menggunakan perhitungan secara mental.

Kekeliruan siswa dalam menjawab pertanyaan dalam LKS terjadi pada saat penentuan kapan Putri pergi lagi yang pertama kalo sesuai janjinya dengan Kemala. Ada kelompok yang menjawabnya hari Minggu. Kelompok dengan jawaban ini sebenarnya sudah memahami makna dua hari sekali karena jawaban selanjutnya dari kelompok ini adalah Putri pergi lagi pada hari Selasa, Kamis, Sabtu, dst. Tetapi kelompok ini kurang memperhatikan kata “pergi lagi”, mungkin yang diperhatikan hanya “pertama kali” sehingga berfikir bahwa hari Minggu adalah pergi lagi yang pertama kali, yang seharusnya hari Minggu adalah pertemuan yang pertama kali, kemudian pergi lagi yang pertama hari Selasa, ds. Hal ini juga terjadi dalam penentuan tanggal.

Adapun kelompok lain yang menjawab bahwa Putri pergi lagi hari Senin, Rabu, Jum’at, dst begitu juga untuk tanggal yaitu Putri pergi lagi tanggal 2, 4, 6, dst, kelompok ini sebenarnya sudah memahami makna dua hari sekali dalam kaitannya dengan hari maupun tanggal. Tetapi kelompok ini kurang teliti dalam melihat kapan Putri dan Kemala pertama kali bertemu, yaitu hari Minggu tanggal 1 Mei, dan kurang teliti dalam menentukan dua hari berikutnya harusnya dimulai dari hari dan tanggal berapa. Kemungkinan kelompok ini awalnya hanya memperhatikan urutan hari dalam satu Minggu atau urutan tanggal dalam satu bulan, namun kemudian menyadari bahwa Putri janji bertemu dengan kemal setiap dua hari sekali, sehingga Putri harus pergi setiap dua hari sekali.

2. Penggunaan kartu bilangan sebagai perantara dari tahap situasional ke formal pada pembelajaran kelipatan

Aktivitas ini dilakukan pada pertemuan kedua dari pembelajaran kelipatan. Siswa tetap dikondisikan untuk duduk berkelompok sebagaimana pertemuan sebelumnya. Diawal pembelajaran Guru mengingatkan kembali siswa tentang Legenda Putri Dayang Merindu dan menekankan dua point penting dari cerita, yaitu terkait Putri mandi di sungai setiap dua hari sekali dan Putri pergi ke sungai setiap dua hari sekali untuk bertemu dengan Kemala sesuai janjinya. Guru kemudian menyampaikan pelajaran yang akan dilakukan pada pertemuan kedua ini, yaitu sebagai kelanjutan pada pertemuan sebelumnya untuk mengidentifikasi kelipatan suatu bilangan hingga siswa mampu mendeskripsikan apa yang dimaksud dengan kelipatan, hingga mampu menentukan bagaimana mencari suatu kelipatan dan memahami karakteristiknya. Berbeda dengan pertemuan sebelumnya, pada pertemuan ini akan digunakan kartu bilangan sebagai perantara dari tahap situasional ke formal untuk pemahaman konsep kelipatan. Untuk itu sebelum LKS dibagikan, guru memberikan petunjuk pengisian kartu bilangan yang telah disediakan untuk selanjutnya digunakan dalam menjawab pertanyaan-pertanyaan pada LKS. Guru juga memotivasi agar siswa lebih memperhatikan maksud soal, tidak asal kerja, serta agar setiap siswa meningkatkan kerjasamanya dalam kelompok. Gambar 3 berikut ini menunjukkan kerjasama siswa dalam kelompok saat menyelesaikan permasalahan yang ada.



Gambar 3 Kerjasama siswa dalam kelompok saat menyelesaikan permasalahan yang ada.

Kerjasama siswa dalam kelompok selama aktivitas ini meningkat dibandingkan dengan pertemuan sebelumnya. Masing-masing siswa dalam kelompok saling berbagi idenya untuk menyelesaikan permasalahan yang ada. Mereka juga saling memotivasi untuk cepat dalam bekerja dengan cara membagi tugas dalam kelompok, yaitu ada yang mengisi, mengurutkan dan menepel kartu dan ada yang mulai berfikir untuk menjawab pertanyaan dalam LKS. Ketika setiap kelompok bekerja dengan menggunakan kartu bilangan ini, terdapat berbagai strategi untuk masing-masing kelompok, yaitu sebagai berikut:

- Kelompok Melon: Mengisi kartu, mengelem, menepel sambil mengurutkan.
- Kelompok Anggur: Mengisi kartu, mengelem mengurutkan. Kelompok ini menepel kartu-kartu dengan kreasi naik turun untuk hari maupun tanggal.
- Kelompok Leci: Menata kartu, mengelem dengan satu sisi, mengisi kartu
- Kel Jeruk: mengisi kartu satu2, menata menepel dan dilanjutkan kartu berikutnya.

- Kelompok Mangga: Mengisi kartu tanpa membuka staples, menata kartu, mengelem. Menggunakan bantuan jari tangan
- Kelompok Apel: Menata kartu dengan mengurutkan, mengisi, mengelem

Strategi yang berbeda juga muncul dari masing-masing kelompok saat menyelesaikan permasalahan yang ada pada LKS. Untuk menentukan kapan Putri pergi lagi ke sungai sesuai janjinya dengan Kemala (untuk hari, tanggal maupun berapa hari lagi), ada kelompok yang menggunakan bantuan jari tangan, dan ada pula kelompok yang sudah melibatkan perhitungan matematika.

Dalam kelompok juga terjadi diskusi dalam menentukan strategi yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan yang ada. Hal ini diantaranya ketika mereka berdiskusi tentang penggunaan penjumlahan berulang ataukah perkalian. Untuk kelompok Leci, saat mengisi soal-soal untuk berapa hari lagi kerjasama kel sangat bagus, saling berdiskusi dan membenarkan, terdapat kesalahan mengalikan yang harusnya membagi, konsep matematika berkembang. Saat menghitung 26 kali 2 dengan cara penjumlahan $26 + 26$. Terjadi perdebatan sesama siswa harusnya menggunakan perkalian dari pada penjumlahan, karena dengan penjumlahan akan lebih lama (Nyayu dengan penjumlahan berulang, Shafira dengan perkalian)

Selama siswa melakukan aktivitas pembelajaran menggunakan kartu bilangan dalam menyelesaikan permasalahan pada LKS, Guru membantu siswa yang kesulitan dalam memahami maksud soal. Kelompok yang sudah selesai menjawab seluruh pertanyaan dalam LKS kemudian menempelkan hasil kerjanya pada papan di depan kelas. Mereka yang telah selesai lebih dulu mempersiapkan diri untuk presentasi dan menjelaskan jawabannya sebagaimana pada pertemuan sebelumnya.

Pada pertemuan kedua ini ada dua kelompok yang presentasi yaitu kelompok Leci dan Anggur. Kedua kelompok yang presentasi ini lebih berani untuk menjelaskan jawaban mereka dan menyampaikan ide-idenya dibandingkan dengan pertemuan sebelumnya.

Diskusi kelas dilakukan ketika suatu kelompok presentasi dan kelompok lain diminta untuk membandingkan hasil kerja dan jawaban mereka. Saat presentasi oleh kelompok Leci (yang dibacakan oleh Nyayu) dia berani untuk membacakan hasil jawabannya. Saat guru menanyakan bagaimana dia menjawab untuk soal yang Putri pergi setiap 5 hari sekali, dia menyatakan bahwa caranya dengan ditambah 5 terus, yaitu $5+5+5+5$ dst. Kelompok Leci menyimpulkan bahwa kelipatan adalah penjumlahan berulang-ulang. Gambar 4 berikut menunjukkan kelompok yang presentasi di depan kelas.



Gambar 4. Suatu kelompok presentasi di depan kelas

Selanjutnya dengan pengarahannya Guru, siswa di kelas menarik kesimpulan tentang apa yang dimaksud dengan kelipatan dan bagaimana cara yang dapat digunakan untuk menentukan kelipatan tersebut. Dalam hal ini disimpulkan bahwa kelipatan adalah suatu bilangan yang

dapat diperoleh dengan penjumlahan berulang ataupun perkalian dengan bilangan satuan (1, 2, 3, dst) atau suatu bilangan yang dapat habis dibagi habis dengan suatu bilangan lain tanpa sisa (suatu bilangan tersebut merupakan kelipatan dari suatu bilangan lain tersebut).

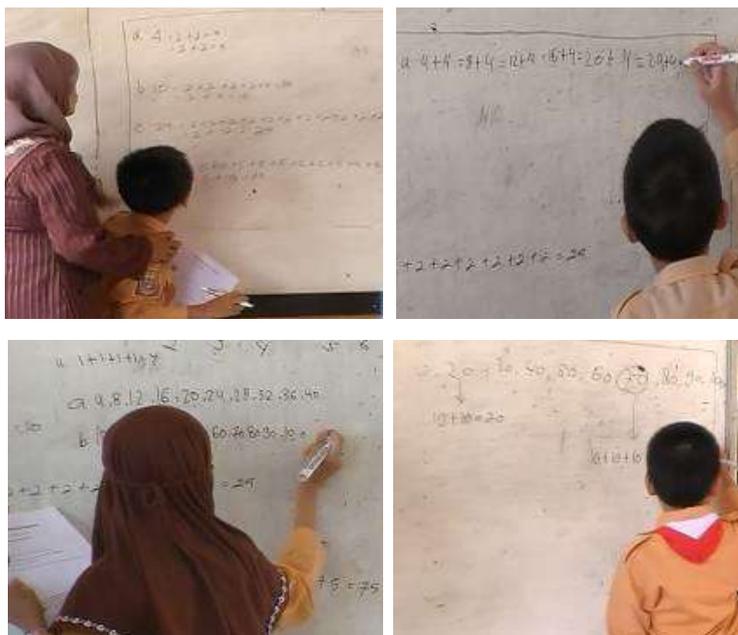
Secara keseluruhan, pada aktivitas ini, siswa mampu mengaitkan pemahaman yang telah diperoleh pada pertemuan sebelumnya serta strategi yang dimilikinya untuk menyelesaikan permasalahan dalam LKS pada pertemuan kedua ini. Hampir seluruh kelompok menyelesaikan dapat menentukan dengan benar kapan (hari, tanggal, maupun berapa hari lagi) Putri pergi lagi ke sungai jika ia janji bertemu Kemala setiap dua hari sekali dan pertemuan pertama pada hari Minggu tanggal 1 Mei. Hanya satu kelompok yang jawabannya kurang tepat, yaitu kelompok Melon. Kelompok ini menentukan Putri pergi yang pertama kali adalah hari Minggu dan selanjutnya urutannya benar. Kelompok ini masih kurang memperhatikan bahwa yang diisikan di kartu adalah Putri “pergi lagi”-nya. Namun dari jawaban kelompok ini tampak bahwa mereka sudah memahami makna dua hari sekali.:

3. Penyelesaian soal-soal pada tahap formal untuk menentukan kelipatan suatu bilangan.

Aktivitas ini dilakukan pada pertemuan ketiga dari pembelajaran kelipatan yang juga merupakan pertemuan terakhir dari rangkaian aktivitas untuk memahami konsep kelipatan. Pada pertemuan ini, di awal pembelajaran Guru mengingatkan tentang makna kelipatan dan bagaimana cara yang dapat digunakan untuk menentukannya. Selanjutnya guru membagikan LKS dan siswa bekerja secara mandiri. Selama siswa menyelesaikan permasalahan dalam LKS, Guru memberikan pengarahan kepada siswa agar menggunakan berbagai strategi yang mereka miliki. Guru juga mengingatkan siswa tentang

bagaimana ketika mereka menyelesaikan permasalahan situasional pada Legenda Putri Dayang Merindu untuk memunculkan kembali ingatan siswa bahwa pada tahap formal penentuan kelipatan ini berkaitan pula dengan aktivitas-aktivitas sebelumnya yang telah dilakukan siswa.

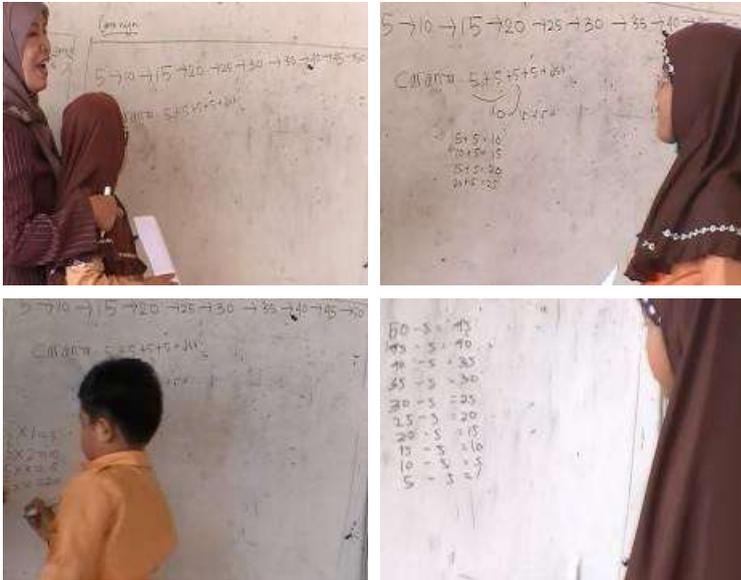
Aktivitas pembelajaran pada pertemuan ini lebih banyak dilakukan pada tahap diskusi kelas dimana berbagai strategi yang berbeda dari siswa dipresentasikan di depan kelas dan dieksplorasi lebih lanjut bagaimana strategi yang mereka gunakan dalam menentukan kelipatan suatu bilangan. Pada saat diskusi kelas, banyak siswa yang aktif untuk menyampaikan ide-idenya, strategi penyelesaian permasalahan yang berbeda juga banyak yang muncul. Gambar 5 berikut ini menunjukkan berbagai strategi yang muncul dari siswa untuk menentukan kelipatan suatu bilangan untuk soal no.1 pada LKS.



Gambar 5. Strategi siswa dalam menentukan kelipatan untuk soal no.1

(Fatahilah (kiri atas), Nirwan (Kanan atas), Rafika (Kiri bawah), Hadiya (Kanan bawah))

Setelah berbagai strategi siswa untuk pertanyaan no.1 pada LKS didiskusikan, Guru meminta siswa untuk menentukan suatu bilangan kemudian dicari kelipatannya sebagaimana pertanyaan no.2 pada LKS. Gambar 6 berikut ini menunjukkan berbagai strategi siswa dalam menentukan kelipatan dari 5.



Gambar 5. Strategi siswa dalam menentukan kelipatan dari lima

(Safira (kiri atas), Syifa (Kanan atas), Fathin (Kiri bawah), Sunia (Kanan bawah))

Pada akhir diskusi setelah Guru dan siswa menyimpulkan bahwa kelipatan suatu bilangan dapat dilakukan dengan penjumlahan berulang maupun perkalian, Guru

memberikan sejumlah pertanyaan untuk meningkatkan pemahaman siswa tentang konsep kelipatan. Berikut ini kutipan dialog antara Guru dan siswa dalam hal ini.

Guru : “Kalau ibu mengambil contoh kelipatan dari 120, kelipatannya berapa”

Siswa : “120”

Guru : “Kelipatan berikutnya berapa?”

Siswa : “240”

Guru : “Berikutnya lagi?”

Siswa : “360”

Guru : “Nilai-nilai ini bisa diperoleh baik dengan penjumlahan atau perkalian, mana yang lebih gampang?”

Siswa : “Perkalian”

Guru : “Perkalian boleh, penjumlahan juga boleh. Sekarang Ibu bertanya lagi, apakah 36 kelipatan dari 2?”

Sunia : “72”

Guru : “Ibu ulangi lagi, apakah 36 kelipatan dari 2, iya atau bukan?”

Siswa : “Iya”

Guru : “Siapa yang iya?”

Siswa : “Iya” (banyak siswa di kelas mengangkat tangan)

Guru : “Siapa yang bisa menjelaskan kenapa? ”

Farhan : “karena dia dua dikali... berapa?”

Guru : “Dua dikali berapa? Farhan, kenapa nak?”

Farhan : “Dua dikali dua belas”

Guru : “Dua dikali dua belas”

Siswa : Hah? Bukan bu, saya bu, saya bu“

Syifa : “Dua dikali delapan belas”

Guru : “Berapa? Dua dikali...”

Siswa : “Delapan belas“

Guru : “Dua kali delapan belas adalah...”

Siswa : “Tiga puluh enam”

- Guru : “Untuk memperoleh 36 ini bisa dengan perkalian dua kali delapan belas, caranya bisa disusun kebawah kalau sulit. Berarti ini (36) adalah 2×18 atau kalau pakai penjumlahan, duanya berapa ikok (kali) nak?”*
- Siswa : “Delapan belas”*
- Guru : “Satu lagi pertanyaan, yang cepat angkat tangan. Ibu ambil nilai 13. Apakah 13 kelipatan dari tiga.”*
- Sunia : “Tidak! Tidak!”*
- Guru : “Kenapa?”*
- Sunia : “Karena kalau 3 dikalikan berapapun tidak masuk dalam angka 13”*
- Guru : “Coba yang jelas, pikirkan dulu sayang. Kenapa 3 bukan kelipatan dari 13?”*
- Sunia : “Tiga kali empat hasilnya 12. Tiga kali lima hasilnya 15. Jadi tidak ada yang menghasilkan 13”*
- Guru : “Ya, dalam perkalian dengan 3 tidak ada yang hasilnya 13.”*

Dari diskusi antara Guru dan siswa di atas, tampak bahwa dengan pertanyaan-pertanyaan pengembangan dari guru dapat mengeksplorasi pemikiran siswa dan meningkatkan pemahaman siswa tentang konsep kelipatan. Dari sini kemampuan siswa untuk memahami karakteristik dari kelipatan juga berkembang. Selain itu penalaran matematis siswa juga muncul dalam menyelesaikan permasalahan yang ada.

C. Analisis Retrospektif

Secara keseluruhan siswa melalui *learning trajectory* yang telah di desain untuk memahami konsep kelipatan. Peranan Legenda Putri Dayang Merindu yang digunakan dalam pada proses pembelajaran memfasilitasi siswa untuk untuk menggunakan berbagai strategi yang

dimilikinya dalam menyelesaikan permasalahan situasional pada legenda tersebut. Hal ini tampak dari aktivitas pada pertemuan pertama, setelah dilakukan diskusi dan pengarahan dari Guru untuk jawaban yang tepat, dari berbagai strategi yang siswa berikan tampak bahwa siswa mampu melakukan identifikasi tentang makna kelipatan dan penentuan kelipatan melalui penyelesaian permasalahan yang ada. Oleh karena itu, peranan Legenda Putri Dayang Merindu yang dijadikan sebagai *starting point* pembelajaran sangat penting sebagai indikator pengalaman siswa dalam menyelesaikan permasalahan. Hal ini juga berguna untuk aktivitas selanjutnya dalam memahami makna kelipatan dan penentuan kelipatan pada tahap yang lebih formal hingga ke formal.

Penggunaan kartu bilangan dalam aktivitas kedua membantu siswa dalam meningkatkan penalaran mereka untuk mengidentifikasi dan menentukan kelipatan. Kartu-kartu ini selain memudahkan visualisasi siswa dalam menyelesaikan permasalahan yang ada, juga berperan sebagai perantara dari identifikasi kelipatan pada tahap situasional menuju tahap yang lebih formal hingga ke formal pada pemahaman konsep kelipatan. Hal ini tampak dari kartu-kartu yang telah diisi kemudian dibentuk unit-unit tabel dan berkembang pada tahap formal penentuan kelipatan menggunakan penjumlahan berulang maupun perkalian. Proses generalisasi juga muncul dari siswa pada saat menyelesaikan permasalahan yang membutuhkan penalaran mereka ketika kartu yang ada terbatas dan mereka butuh menentukan kapan Putri pergi laginya untuk hari, tanggal atau berapa hari lagi yang selanjutnya yang tidak terdapat pada kartu.

Untuk tahap penentuan kelipatan pada tahap formal, muncul berbagai strategi siswa. Dalam hal ini Guru juga sangat berperan dalam mengeksplorasi pemikiran siswa

dan meningkatkan pemahaman siswa tentang konsep kelipatan melalui diskusi di kelompok maupun kelas. Dari sini kemampuan siswa untuk memahami karakteristik dari kelipatan juga berkembang. Selain itu penalaran matematika siswa juga muncul dalam menyelesaikan permasalahan yang ada.

Dari seluruh rangkaian aktivitas yang telah diimplementasikan dan dianalisis, pembelajaran yang telah dilakukan mampu memberikan kontribusi strategi yang beragam dari siswa baik pada tahap situasional, *model of*, *model for*, maupun pada tahap formal. Sehingga untuk topik pembelajaran kelipatan, siswa melalui *learning trajectory* sebagaimana yang telah didesain.

BAB 7

DESAIN PEMBELAJARAN PMR BERBASIS SOAL MATEMATIKA MODEL PISA

A. Mengajar melalui penyelesaian soal

Masalah didefinisikan sebagai setiap tugas atau kegiatan di mana siswa masih memerlukan aturan atau metode untuk menyelesaikannya, dan di mana siswa juga perlu melihat metode penyelesaian tertentu yang benar (Hiebert et al., 1997 dalam van de Walle, 2007).

Sangat menantang untuk mendidik melalui pertanyaan. Tugas harian harus direncanakan dan dipilih dengan mempertimbangkan pengetahuan anak saat ini dan kurikulum. Namun, seperti yang dikemukakan oleh van de Walle (2007), ada beberapa keuntungan menggunakan pertanyaan dalam proses pendidikan.

Perhatian dan pemahaman anak-anak ditekankan saat mereka bekerja melalui masalah. Anak-anak perlu mempertimbangkan konsep-konsep yang terkait dengan masalah yang dihadapi ketika mencoba mencari solusi. Informasi baru lebih mungkin digabungkan dengan pengetahuan yang sudah mapan, menghasilkan wawasan yang lebih dalam. Anak-anak, di sisi lain, biasanya tidak tahu apa-apa dan jarang memperhatikan ide, terlepas dari seberapa ahli guru menjelaskan dan menginstruksikannya.

Keyakinan anak-anak bahwa mereka dapat melakukan matematika dan matematika masuk akal didukung melalui kegiatan pemecahan masalah. Jika Anda sedang menangani masalah dengan anak-anak dan berpikir mereka dapat menemukan cara untuk menyelesaikannya, Anda dapat mengatakan sesuatu seperti, "Saya yakin kalian bisa melakukan ini." Harga diri siswa naik setiap kali mereka berkontribusi pada solusi kelas dan menunjukkan tanda-tanda pemahaman.

- Data yang dikumpulkan dari pemecahan masalah

siswa dapat digunakan untuk menginformasikan keputusan instruksional, menyesuaikan dukungan siswa, dan menjaga agar orang tua tetap terhubung. Percakapan anak-anak, representasi visual dan fisik, pembenaran pekerjaan mereka, evaluasi pekerjaan rekan-rekan mereka, dan laporan tertulis dan penjelasan semua memberi Anda aliran informasi yang dapat digunakan untuk perencanaan pelajaran, bantuan siswa individual, evaluasi program, dan orang tua komunikasi.

- Ada banyak ruang untuk variasi siswa dalam pemecahan masalah. Tugas berbasis masalah yang tepat dapat didekati dari berbagai sudut. Anak-anak belajar berpikir kritis dan kreatif saat mereka mempertimbangkan metode yang digunakan oleh teman sebayanya. Metode yang dipimpin guru, di sisi lain, tidak memiliki ruang untuk individualitas.
- Strategi berbasis pertanyaan membuat siswa tetap tertarik menggunakan rangkaian jenis pertanyaan yang padat. Siswa tidak memperhatikan atau tidak memahami materi yang diajarkan ketika mereka mengajukan pertanyaan. Ketika diberi kesempatan untuk belajar melalui pemecahan masalah, sebagian besar siswa melaporkan merasakan penghargaan intrinsik.
- Mengembangkan "kekuatan matematika" melalui pemecahan masalah. Siswa yang berpartisipasi dalam diskusi kelas dan bekerja untuk menemukan solusi masalah akan terlibat dalam kelima standar proses: memecahkan, menjelaskan, berkomunikasi, menghubungkan, dan mempresentasikan. Ini adalah langkah-langkah yang terlibat dalam memecahkan masalah matematika.
- Sangat menghibur. Guru yang beralih ke pengajaran berbasis pertanyaan tidak pernah kembali ke pengajaran gaya ceramah. Sangat menyenangkan

melihat penalaran dan pemahaman siswa tumbuh.

Pembelajaran dengan menggunakan soal sejalan dengan Pendekatan Matematika Realistik Indonesia (PMR) di mana salah satu karakteristik yang dipakai sebagai landasan dalam teori PMR menurut Jan de Lange (1987) adalah PMR menggunakan masalah kontekstual, sebagai aplikasi dan titik tolak dari mana matematika ingin dimunculkan. Selain itu, Hadi, (2005) menyatakan pembelajaran matematika dengan pendekatan PMR dimulai dengan mengajukan masalah (soal) yang “riil” bagi siswa sesuai dengan pengalaman dan tingkat pengetahuannya, sehingga siswa segera terlibat dalam pelajaran secara bermakna dan permasalahan yang diberikan tentu harus diserahkan sesuai dengan tujuan yang ingin dicapai dalam pelajaran tersebut.

Sejalan dengan itu, soal-soal matematika yang kontekstual digunakan dalam studi PISA (*Program International for Student Assessment*) yang dilaksanakan oleh OECD (*Organisation for Economic Co-operation & Development*) dan *Unesco Institute for Statistics* itu untuk mengukur kemampuan siswa pada akhir usia wajib belajar untuk mengetahui kesiapan siswa menghadapi tantangan masyarakat pengetahuan (*knowledge society*) dewasa ini. Penilaian yang dilakukan dalam PISA berorientasi ke masa depan, yaitu menguji kemampuan anak muda itu untuk menggunakan keterampilan dan pengetahuan mereka dalam menghadapi tantangan kehidupan nyata, tidak semata-mata mengukur kemampuan yang dicantumkan dalam kurikulum sekolah.

Tujuan dari Program for International Student Assessment (PISA) adalah untuk melakukan penilaian secara berkala terhadap pengetahuan dan keterampilan siswa dalam membaca (*reading literacy*), matematika (*math literacy*), dan sains (*science literacy*) ketika mereka berusia 15 tahun (*grade IX* di SMP dan kelas X di SMA)

(Yusuf, 2007). PISA menganalisis data dari tahun 2000, 2003, 2006, dan 2009. Kemampuan membaca adalah fokus utama studi PISA hingga tahun 2000, ketika skor matematika dan sains ditambahkan sebagai kovariat. Pada tahun 2003, penekanan bergeser ke matematika, pada tahun 2006, bergeser ke sains, dan pada tahun 2009, bergeser kembali ke pemahaman bacaan.

Soal-soal PISA didesain berdasarkan konten, proses, dan situasi matematika. Konten matematika terutama didefinisikan dalam istilah dari empat ide yang menyeluruh, yaitu bilangan, ruang dan bentuk, perubahan dan hubungan, dan ketidakpastian/probabilitas. Proses matematika didefinisikan sebagai kompetensi matematika itu sendiri yang meliputi penggunaan bahasa matematika, pemodelan, dan kemampuan pemecahan masalah. Kompetensi-kompetensi tersebut tidak dipisahkan dalam soal-soal yang berbeda, karena diasumsikan bahwa serangkaian kompetensi akan diperlukan untuk menyelesaikan soal yang diberikan. Selanjutnya, situasi matematika atau disebut juga dengan konteks didefinisikan dalam istilah di mana matematika digunakan berdasarkan sudut pandang siswa, yang meliputi lima situasi, yaitu pribadi, pendidikan, pekerjaan, umum, dan ilmiah (OECD, 2009).

B. Pengembangan Soal Matematika Model PISA

a. Konten Matematika dalam PISA

Karena luasnya dan keragaman matematika, tabel komprehensif tidak akan cukup untuk identifikasinya. Menurut apa yang diajarkan di sekolah, konsep matematika berikut digunakan dalam matematika PISA (Hayat dan Yusuf, 2010):

- 1) Konsep ruang dan bentuk yang berhubungan dengan geometri. Kemampuan siswa untuk mengenali karakteristik suatu objek dalam kaitannya dengan posisinya dalam ruang, mengenali persamaan dan

perbedaan dalam representasi dimensi dan bentuk yang berbeda, dan mengenali bentuk itu sendiri semuanya diuji oleh pertanyaan ini.

- 2) Variasi dan saling ketergantungan dalam konteks aljabar. Hubungan dalam matematika sering diungkapkan melalui persamaan atau hubungan yang lebih abstrak yang melibatkan operasi seluas penjumlahan, pengurangan, dan pembagian. Simbol aljabar, grafik, figur geometris, dan tabel semuanya digunakan untuk menggambarkan koneksi. Setiap representasi simbol melayani fungsi yang berbeda dan memiliki sifat uniknya sendiri, membuat proses penerjemahan menjadi penting dan ditentukan secara situasional.
- 3) Memahami ukuran, pola angka, dan segala sesuatu yang berkaitan dengan angka dalam kehidupan sehari-hari, seperti menghitung dan mengukur, termasuk dalam bidang angka (kuantitas). Penalaran kuantitatif, presentasi numerik, pengetahuan tentang prosedur matematika, menghafal, perhitungan, dan estimasi adalah bagian dari total ini.
- 4) Penggunaan statistik dan probabilitas dalam kehidupan sehari-hari, serta ketidakpastian yang terkait. Pengumpulan data, analisis data, penyajian data, probabilitas, dan inferensi adalah operasi matematika sentral dalam konteks ini.

b. Konteks Matematika dalam PISA

Menggunakan matematika, mengerjakan matematika, dan terlibat dalam pemecahan masalah matematika dalam berbagai konteks merupakan komponen penting dari literasi matematika. Prosedur dan model matematika yang digunakan akan paling cocok untuk masalah spesifik yang dihadapi. Skenario yang digunakan dibuat serealistik mungkin dengan kehidupan nyata siswa. Guru matematika saat ini memahami bahwa

praktik matematika siswa mencerminkan norma komunitas mereka. Masih banyak norma atau konteks budaya yang perlu dimasukkan ke dalam pendekatan kita terhadap pendidikan matematika.

Menurut karya Hayat dan Yusuf (2010), konteks matematika dalam PISA dapat dipecah menjadi empat skenario berbeda:

- 1) Relevansi individu dengan kehidupan aktual siswa. Siswa, seperti orang lain, harus berurusan dengan berbagai masalah pribadi yang mendesak setiap hari. Diharapkan bahwa matematika akan memainkan peran baik dalam interpretasi masalah dan solusi.
- 2) Lingkungan kelas atau tempat kerja di mana siswa dibenamkan. Diharapkan bahwa pemahaman siswa tentang konsep matematika akan membantu mereka dalam pemecahan masalah baik dalam usaha akademik maupun profesional mereka.
- 3) Setting sosial dan lingkungan yang lebih luas karena berkaitan dengan penerapan pengetahuan matematika dalam kehidupan sehari-hari. Siswa dapat membantu masyarakat dengan mengevaluasi kondisi yang relevan menggunakan pengetahuan dan pemahaman matematika mereka.
- 4) Sifat abstrak dan teoretis dari kegiatan ilmiah, yang memerlukan pemahaman teori yang kuat untuk memecahkan masalah matematika.

c. Kelompok Kompetensi

Walaupun sulit dilakukan penilaian terhadap kompetensi proses matematika, PISA mengelompokkan proses ini ke dalam tiga kelompok.

a. Kompetensi Proses Reproduksi (*reproduction cluster*)

Siswa dalam kelompok ini diuji kemampuan mereka untuk mengingat dan mereproduksi informasi matematika. Siswa diadakan untuk standar yang tinggi di

bidang-bidang seperti matematika, di mana mereka harus mampu melafalkan definisi. Dari segi kompetensi, siswa mampu melakukan aritmatika dasar yang membutuhkan jawaban yang familiar dan lugas.

b. Kompetensi Proses Koneksi (*Connections cluster*)

Kelompok reproduksi meletakkan dasar bagi kelompok koneksi, yang mengembangkannya dengan menerapkan teknik pemecahan masalah ke dalam konteks baru. Siswa dalam konteks ini diharapkan untuk menarik analogi antara konsep teoritis dalam matematika dan antara teori kelas dan praktek masyarakat. Siswa juga mampu mencari tahu masalah dasar. Secara khusus, siswa dapat mempelajari strategi untuk menghadapi tantangan dunia nyata sambil mempertahankan hal-hal yang relatif mudah.

c. Kompetensi Proses Refleksi (*Reflection Cluster*)

Unsur deskripsi siswa tentang proses yang dibutuhkan atau digunakan untuk memecahkan masalah dapat ditemukan pada proses matematika, pengetahuan, dan keterampilan dalam kategori ini. Proses seperti ini membantu siswa mengembangkan dan menerapkan pendekatan komprehensif untuk memecahkan masalah. Bernalar dengan konsep matematika yang diukur kompetensi refleksi ini merupakan kompetensi tertinggi yang diukur dengan PISA. Diharapkan dengan diberikannya uji kompetensi ini kepada setiap siswa, mereka ditempatkan pada situasi yang unik. Mereka memiliki pemahaman matematika yang mendalam dan dapat menggunakannya untuk memecahkan masalah. Siswa menggunakan introspeksi ini untuk memeriksa pengalaman mereka dan menentukan "matematika" yang mendasari kesulitan mereka.

d. Level Kemampuan Matematika dalam PISA

Dalam PISA, keterampilan matematika siswa dinilai dalam skala dari 1 sampai 6, dengan 6 mewakili pencapaian tertinggi dan 1 terendah. Kemahiran siswa dalam matematika diwakili oleh tingkatan ini. Tabel berikut memberikan konteks tambahan:

Tabel 1. Enam Level Kemampuan Matematika dalam PISA

<i>Level</i>	<i>Kompetensi Matematika</i>
6	<p>Dalam situasi yang kompleks, siswa dapat memodelkan dan menganalisis data untuk membentuk konsep dan menarik kesimpulan yang luas. Mereka memiliki keserbagunaan untuk menautkan dan menerjemahkan data dari berbagai sumber.</p> <p>Siswa-siswa ini telah menunjukkan kapasitas pemikiran matematika abstrak. Bersama-sama, pemahaman dan fasilitas mereka yang mendalam dengan operasi matematika memungkinkan mereka untuk secara kreatif beradaptasi dengan keadaan baru. Mereka memiliki kemampuan untuk mensintesis dan mengartikulasikan temuan. Mereka telah mengembangkan keterampilan interpretasi dan debat.</p>
5	<p>Model situasi kompleks tersedia untuk digunakan siswa, memungkinkan mereka untuk belajar dan bekerja dalam batasan. Mereka memiliki kemampuan untuk memilih, membandingkan, dan menilai pendekatan untuk memecahkan masalah yang sulit terkait dengan model ini.</p> <p>Siswa pada tingkat ini dapat menerapkan pengetahuan dan keterampilan matematikanya dalam konteks, menggunakan pemikiran dan penalaran yang luas. Mereka memiliki</p>

	<p>kemampuan untuk mengartikulasikan dan membagikan pemikiran mereka tentang pekerjaan mereka.</p>
4	<p>Model memungkinkan siswa untuk bekerja secara efisien dalam situasi dunia nyata yang kompleks. Mereka mahir memilih dan menghubungkan representasi dari berbagai sumber.</p> <p>Siswa pada tingkat ini memiliki pemahaman yang kuat tentang keterampilan yang telah diajarkan kepada mereka dan berbagai pendapat dan pembenaran yang dapat mereka ungkapkan. Mereka mampu mengartikulasikan pembenaran atas tindakan mereka dan menjelaskan alasan mereka di baliknya.</p>
3	<p>Prosedur, termasuk yang membutuhkan keputusan berurutan, berada dalam kemampuan siswa. Mereka dapat memutuskan dan menggunakan metode dasar untuk menyelesaikan masalah.</p> <p>Siswa pada tingkat ini memahami bagaimana menggunakan dan membenarkan penggunaan representasi berdasarkan berbagai sumber informasi. Mereka mampu mengartikulasikan hasil penalaran dan interpretasi mereka.</p>
2	<p>Di bawah inferensi langsung, siswa dapat memahami dan mengidentifikasi situasi. Mereka hanya perlu mempelajari satu cara untuk merepresentasikan data dan mengurutkannya untuk menemukan apa yang mereka butuhkan.</p> <p>Siswa pada tingkat ini mampu memberikan penjelasan langsung dan menerapkan interpretasi literal untuk masalah yang</p>

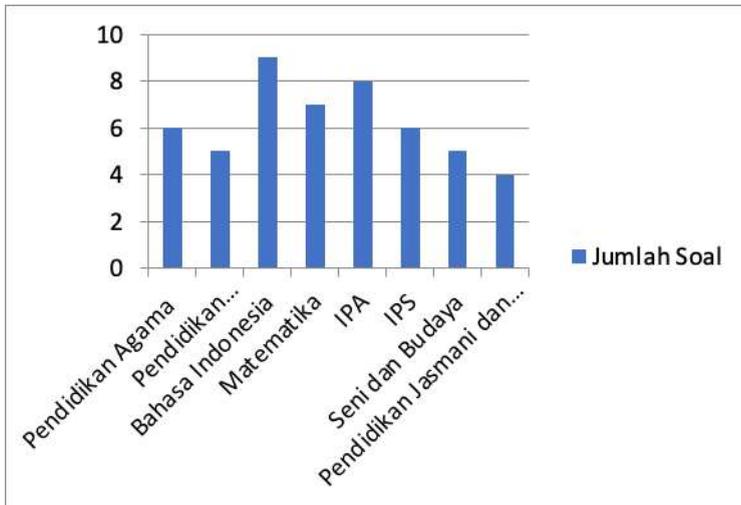
	melibatkan algoritma dasar, rumus, dan prosedur atau konvensi.
1	Pertanyaan diajukan dalam pengaturan yang sudah membuat siswa nyaman, dan siswa diberi semua informasi yang diperlukan untuk menyelesaikannya. Mereka memiliki kemampuan untuk mengenali data dan menjalankan prosedur standar sesuai petunjuk. Mereka responsif terhadap masukan dan dapat bertindak sesuai dengan itu.

Berdasarkan konten, proses, dan situasi matematika yang terdapat dalam soal-soal PISA maka kami mencoba mengembangkan soal-soal matematika model PISA untuk siswa sekolah menengah pertama, yaitu sebagai berikut.

Soal 1

Cerdas Cermat

Anton mengikuti lomba cerdas cermat di sekolahnya. Juri mempersilakan Anton untuk mengambil satu gulungan kertas yang berisi soal yang harus dijawabnya. Soal-soal tersebut terdiri dari beberapa mata pelajaran dan jumlah soal untuk setiap mata pelajaran adalah sebagai berikut.



Berapa peluang Anton mendapat soal matematika?

A. 10% B. 14% C. 16% D. 20%

Berikan penjelasan untuk mendukung jawabanmu.

Rubrik

Skor penuh

Jawab: $\frac{7}{50} \times 100\% = 14\%$

Tidak ada skor

Jawaban lain atau kosong

Konten : Ketidakpastian/probabilitas

Konteks : Pendidikan

Level soal : 4

Soal ini menyatakan permasalahan yang berhubungan dengan peluang dan mengukur aspek literasi matematika melalui presentasi situasi yang lebih atau kurang realistis yang memunculkan pemikiran probabilitas, serta permintaan bahwa siswa membuat hubungan yang langsung dan eksplisit antara konteks dan representasi matematika standar yang merupakan kunci dari konteks, yaitu diagram batang yang menggambarkan distribusi frekuensi dari jumlah soal yang diujikan. Soal ini diformulasikan sesuai dengan konten ketidakpastian dengan cara yang cukup mudah. Kemungkinan besar

siswa dapat menghubungkan konteks soal ini dengan pengalaman sebelumnya, dan pengalaman ini termasuk dalam penalaran peluang di mana siswa pernah mengikuti atau menyaksikan lomba cerdas cermat.

Soal ini mengharuskan siswa untuk mengidentifikasi informasi yang relevan dari grafik yang tersedia, mengidentifikasi dan menghitung jumlah soal ($6 + 5 + 9 + 7 + 8 + 6 + 5 + 4 = 50$ soal), dan menghasilkan perhitungan peluang untuk memperoleh jawaban: 7 dari 50 adalah 14%.

Soal 2

Blok Bangunan

Septi mempunyai banyak kotak korek api dan dengan menggunakan lem, dia ingin membuat sebuah blok yang terlihat seperti suatu blok pejal yang memiliki panjang 6 kotak, lebar 5 kotak, dan tinggi 4 kotak. Dia ingin menggunakan jumlah kotak yang paling sedikit yang mungkin, dengan membiarkan ruang kosong sebesar mungkin di dalam blok.

Berapa jumlah minimum kotak korek api yang diperlukan Septi untuk membuat blok ini?

Jawab:kotak.

Berikan penjelasan untuk mendukung jawabanmu!

Rubrik:

Skor penuh

Jawab: 96 kotak.

Tidak ada skor

Jawaban lain atau kosong.

Konten : Ruang dan Bentuk

Konteks : Pribadi

Level soal : 5

Pada soal di atas, kita perlu mengasumsikan bahwa kita dapat menggunakan lem. Soal tersebut dapat diformulasikan kembali, yaitu: “berapa jumlah minimum

kotak korek api yang diperlukan untuk membangun blok $6 \times 5 \times 4$ yang didalamnya kosong?

Seperti yang diketahui sebelumnya, tidak ada penyelesaian masalah yang standar yang tersedia untuk menjawab soal ini. Untuk menyelesaikan soal ini, siswa dapat memulai dengan menentukan jumlah maksimum dari kotak korek api yang diperlukan yaitu 120 kotak, kemudian secara mental mengambil sebanyak mungkin kotak yang terletak di tengah. Karena panjangnya 6, berarti dapat diambil 4 kotak; karena lebarnya 5 berarti dapat diambil 3 kotak dan tingginya 4 maka dapat diambil 2 kotak. Sehingga jumlah kotak yang diambil adalah $4 \times 3 \times 2 = 24$ kotak. Maka $120 - 24 = 96$ kotak. Ini adalah strategi yang menarik yang menunjukkan beberapa pemahaman yang nyata. Di dalam situasi kelas, siswa dapat disuruh untuk menjelaskan penalaran mereka untuk menemukan teknik pengajaran yang berguna.

Selain itu, juga ada strategi yang lain yang dapat diterapkan. Untuk membangun bagian depan diperlukan 5×4 kotak; untuk bagian belakang juga diperlukan 5×4 kotak. Untuk sisi samping, tidak diperlukan 6×4 kotak karena sisi depan dan belakang sudah ditutupi, melainkan 4×4 untuk setiap sisi. Terakhir, kita perlu menutup bagian atas dan bawah, dengan memperhatikan bagian-bagian yang sudah ditutup, maka untuk sisi atas dan bawah masing-masing adalah 3×4 . Jadi, total kotak korek api yang diperlukan adalah $6 \times 4 + 6 \times 4 + 4 \times 4 + 4 \times 4 + 3 \times 4 + 3 \times 4 = 96$.

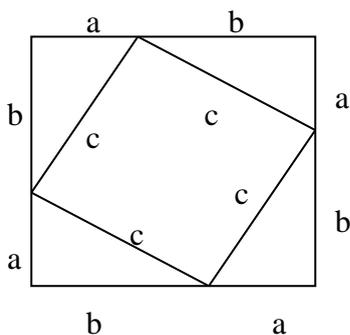
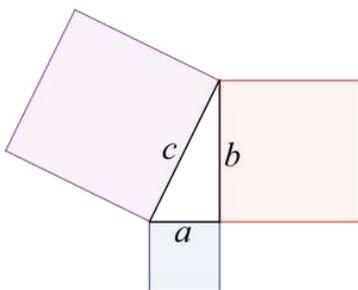
Soal ini juga mungkin diselesaikan dengan memperhatikan lapisan dari blok yang dibuat Septi. Karena tingginya ada 4 kotak maka akan ada 4 lapisan kotak. Kotak yang paling bawah sebagai lapisan pertama dan seterusnya. Lapisan pertama memerlukan $6 \times 5 = 30$ kotak korek api, pada lapisan kedua dan ketiga kotak hanya diperlukan di pinggir blok saja karena tengahnya kosong sehingga kotak yang diperlukan masing-masing

adalah 18 kotak. Lapisan keempat sama dengan lapisan pertama yaitu 30 kotak. Maka jumlah semua kotak yang diperlukan adalah $30 + 18 + 18 + 30 = 96$ kotak. Siswa pasti akan mempunyai strategi yang berbeda-beda dalam menjawab soal ini. Soal ini cukup menantang dan mensyaratkan kemampuan dan keterampilan, seperti visualisasi ruang yang penting dalam literasi matematika.

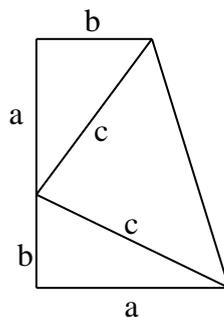
Soal 3

TEOREMA PYTHAGORAS

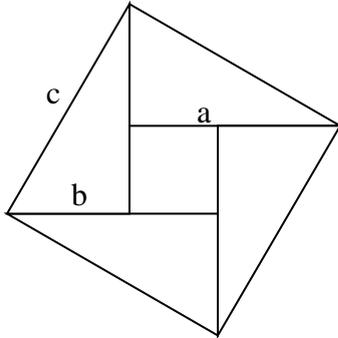
Teorema Pythagoras menyatakan bahwa: Jumlah [luas](#) persegi pada kaki sebuah [segitiga siku-siku](#) sama dengan luas persegi di hipotenusa, yaitu $a^2 + b^2 = c^2$ seperti gambar di bawah ini.



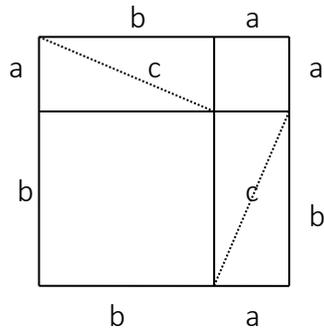
Gambar A



Gambar B



Gambar C



Gambar D

Tuliskan “Ya” atau “Tidak” untuk setiap gambar yang juga dapat digunakan untuk membuktikan teorema Pythagoras.

Gambar yang dapat digunakan	Gambar ini dapat digunakan untuk membuktikan $a^2 + b^2 = c^2$
Gambar A	Ya / Tidak
Gambar B	Ya / Tidak
Gambar C	Ya / Tidak
Gambar D	Ya / Tidak

Tuliskan bukti dan penjelasan untuk mendukung jawabanmu!

Rubrik:

Skor penuh

Jawab: Ya, Ya, Ya, Tidak

Tidak ada skor

Jawaban lain atau kosong.

Konten : Ruang dan Bentuk

Konteks : Ilmu Pengetahuan

Level soal : 6

Soal ini adalah jenis “*quasi-realistic*” yang memang terdapat di pelajaran matematika daripada di

kehidupan sehari-hari. Walaupun tidak dianggap sebagai khas, sebagian kecil soal jenis ini diujikan di PISA. Siswa memerlukan kemampuan untuk menyadari bahwa untuk menjawab pertanyaan mereka harus membuktikan apakah pada Gambar A, B, C, dan D berlaku Teorema Pythagoras. Oleh karena itu mereka perlu menandai informasi visual dan melihat gambar-gambar tersebut sebagai suatu persegi ataupun trapesium yang terdiri dari segitiga-segitiga dan menggunakan pendekatan luas untuk membuktikannya.

- Gambar A merupakan persegi dengan panjang sisi $a + b$ yang di dalamnya terdapat empat buah segitiga siku-siku yang kongruen dan sebuah persegi dengan panjang sisi c maka Gambar A adalah

$$(a + b)^2 = 4 \times \left(\frac{1}{2} \times a \times b\right) + c^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Terbukti

- Gambar B merupakan trapesium siku-siku dengan panjang sisi-sisi yang sejajar adalah a dan b yang di dalamnya terdiri dari dua buah segitiga siku-siku yang kongruen dan sebuah segitiga siku-siku sama kaki dengan panjang sisi c , sehingga luas Gambar B adalah

$$\frac{1}{2} (a + b) \times (a + b) = 2 \times \left(\frac{1}{2} \times a \times b\right) + \frac{1}{2} c^2$$

$$\frac{1}{2} a^2 + \frac{1}{2} ab + \frac{1}{2} ab + \frac{1}{2} b^2 = ab + \frac{1}{2} c^2$$

$$\frac{1}{2} a^2 + \frac{1}{2} b^2 = \frac{1}{2} c^2$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Terbukti

- Gambar C merupakan persegi dengan panjang sisi c yang di dalamnya terdiri dari empat buah segitiga siku-siku yang kongruen dan sebuah persegi dengan panjang sisi $(a-b)$, sehingga luas Gambar C adalah

$$c^2 = 4 \times \left(\frac{1}{2} \times a \times b\right) + (a-b)^2$$

$$c^2 = 2ab + a^2 - 2ab + b^2$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Terbukti

- Gambar D merupakan persegi dengan panjang sisi $a + b$ yang di dalamnya terdiri dari dua buah persegi masing-masing panjang sisinya a dan b serta empat buah segitiga siku-siku yang kongruen, sehingga luas Gambar D adalah

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 4 \times (\frac{1}{2} \times a \times b)$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

Tidak terbukti

Soal ini mengharuskan siswa memahami informasi visual, menggunakan kemampuan argumentasi, menggunakan pengetahuan teknik dan wawasan geometri, dan menggunakan pemikiran logis yang berkelanjutan.

Uji Coba Soal Matematika Model PISA

Soal-soal yang telah dikembangkan di uji coba pada siswa kelas IX sekolah menengah pertama seperti pada Gambar 1 dan 2.



Gambar 1. Uji coba soal pada sekelompok siswa



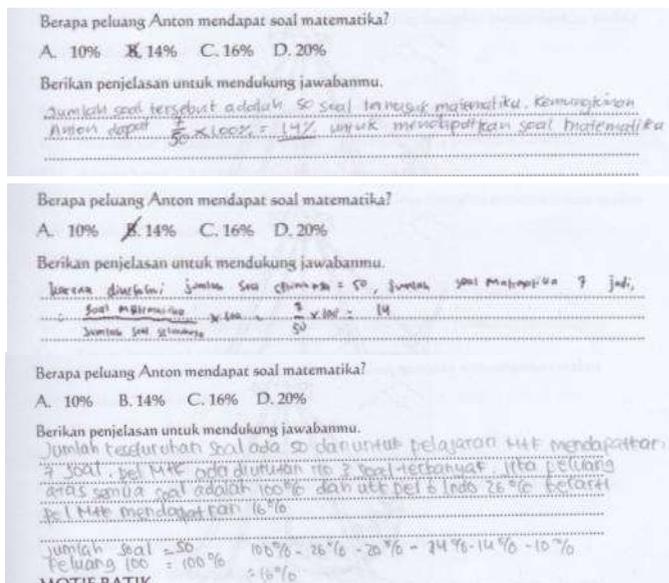
Gambar 2. Uji coba soal di kelas

Berdasarkan hasil uji coba soal, beberapa jawaban dan strategi yang digunakan siswa adalah sebagai berikut.

Soal 1: Cerdas Cermat

Hampir semua siswa mampu menjawab soal ini dengan benar. Siswa telah mampu membuat hubungan yang langsung dan eksplisit antara konteks dan diagram batang yang menggambarkan distribusi frekuensi dari jumlah soal yang diujikan yang merupakan representasi matematika sebagai kunci dari konteks yang digunakan. Siswa dapat menghubungkan konteks soal ini dengan pengalaman sebelumnya, dan pengalaman ini termasuk dalam penalaran peluang di mana siswa biasa mengikuti lomba cerdas cermat atau menyaksikan lomba tersebut.

Hanya sedikit siswa yang salah menjawab soal ini karena kesalahan dalam penggunaan rumus dan dalam perhitungan. Berikut beberapa contoh jawaban siswa.

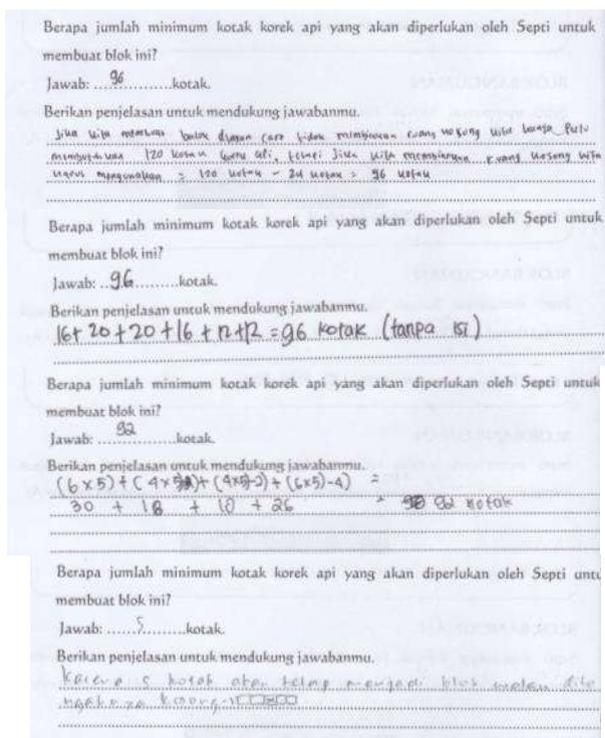


Gambar 3. Contoh jawaban siswa untuk soal 1

Soal 2: Blok Bangunan

Sebagian besar siswa tidak mampu menjawab soal ini. Beberapa dari mereka tidak memahami bahwa blok tersebut dibuat dengan menggunakan lem dan harus kosong di dalamnya. Mereka menggunakan rumus volum, yaitu mengalikan panjang, lebar, dan tinggi untuk menemukan jumlah kotak korek api yang diperlukan, namun, mereka tidak menguranginya untuk membentuk ruang kosong di tengah-tengah. Sebagian yang lain, menggunakan rumus luas untuk menemukan jumlah kotak korek api yang diperlukan. Siswa-siswa tersebut belum bisa mengkoordinasi dan mengintegrasikan sudut pandang dari suatu susunan untuk membentuk model mental tunggal yang logis dalam memvisualisasi susunan tersebut. Walaupun demikian, ada sebagian kecil siswa yang mampu menjawab soal ini dengan benar. Selain itu,

strategi yang digunakan siswa untuk menyelesaikan soal ini juga berbeda-beda seperti pada Gambar 4.



Gambar 4. Contoh jawaban siswa untuk soal 2

Soal 3: TEOREMA PYTHAGORAS

Tidak ada satu pun siswa yang menjawab soal ini dengan pembuktian yang disyaratkan. Walaupun ada siswa yang menjawab soal ini dengan benar, tetapi dia memberikan alasan yang tidak valid. Siswa-siswa tersebut tidak sampai kepada ide untuk menggunakan pendekatan luas dalam menyusun pembuktian. Hal ini berarti bahwa siswa belum mampu memahami informasi visual, menggunakan kemampuan argumentasi, menggunakan pengetahuan teknik geometri dan wawasan

geometri, dan menggunakan pemikiran logis yang berkelanjutan. Berikut beberapa contoh jawaban siswa.

memeriksa jawaban...

Gambar yang dapat digunakan	Gambar ini dapat digunakan untuk membuktikan $a^2 + b^2 = c^2$
Gambar A	Ya/Tidak
Gambar B	Ya/Tidak
Gambar C	Ya/Tidak
Gambar D	Ya/Tidak

Berikan penjelasan untuk mendukung jawabanmu.
 Karena, C adalah sisi miring sedangkan a & b adalah sisi tegak ting
 alas sedangkan di gambar D tidak ada c //

Gambar yang dapat digunakan	Gambar ini dapat digunakan untuk membuktikan $a^2 + b^2 = c^2$
Gambar A	Ya/Tidak
Gambar B	Ya/Tidak
Gambar C	Ya/Tidak
Gambar D	Ya/Tidak

Berikan penjelasan untuk mendukung jawabanmu.
 Terlihat di gambar C bahwa a & b nya tidak tersusun seperti
 sehingga dengan demikian teorema Pythagoras membuktikan
 membentuk segitiga

Gambar yang dapat digunakan	Gambar ini dapat digunakan untuk membuktikan $a^2 + b^2 = c^2$
Gambar A	Ya/Tidak
Gambar B	Ya/Tidak
Gambar C	Ya/Tidak
Gambar D	Ya/Tidak

Berikan penjelasan untuk mendukung jawabanmu.

Gambar yang dapat digunakan	Gambar ini dapat digunakan untuk membuktikan $a^2 + b^2 = c^2$
Gambar A	Ya/Tidak
Gambar B	Ya/Tidak
Gambar C	Ya/Tidak
Gambar D	Ya/Tidak

Berikan penjelasan untuk mendukung jawabanmu.
 Pada gambar D, ~~tidak~~
 yang memenuhi syarat hipotesis hanyalah yang D
 (a < b < c)

Gambar 5. Contoh jawaban siswa untuk soal 3

DAFTAR PUSTAKA

- Bloom, B. S., Englehart, M. B., Furst, E. J., Hill, W. H., & Kathwohl, O. R. (1956). *Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals. Handbook I: The cognitive domain*. New York: Longman.
- Bungin, M.B. (2007) *Penelitian Kualitatif (Edisi Kedua)*. Jakarta: Kencana.
- Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R., & Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research. *Educational Researcher*, 32(1), 9-13.
- Cronbach, L.J. (1975). Beyond the two disciplines of scientific psychology. *American Psychologist*, 30(2), 116-27
- Cross, N. (1990). The nature and nurture of design ability. *Design Studies*, 11(3), 127 – 140.
- Denscombe, M. (2010). *The good research guide for small-scale social research project (4th Edition)*. England: McGraw-Hill & Open University Press.
- Design-Based Research Collective (2003). Design-based research: An emerging paradigm for educational inquiry. *Educational Researcher*, 32 (1), 5-8.
- Dick, W.C., Carey, L. & Carey, J.O. (2009). *The systematic design of instruction*. New Jersey: Pearson
- DiSessa, A.A., & Cobb, P. (2004). Ontological innovation and the role of theory in design experiments. *Educational Researcher*, 32 (1), 77-103
- Dowse, C., & Howie, S. (2013). Promoting academic research writing with South African master's students in the field of education. In T. Plomp, & N. Nieveen (Eds.), *Educational Design Research –*

- Part B: Illustrative cases (Hal. 851-879). Enschede, the Netherlands: SLO.
- Driscoll, M. P. (2000). *Psychology of learning for instruction* (2nd ed.). Boston: Allyn & Bacon.
- Edelson, D. C. (2002) Design Research: what we learn when we engage in design. *Journal of the learning science*, 11(1), 105-122.
- Fauzan, A. (2002). *Applying realistic mathematics education (RME) for teaching geometry in Indonesian primary schools*. Doctoral Dissertation. Enschede: University of Twente. Available from: <http://purl.org/utwente/58707>
- Fauzan, A., Plomp, T., & Gravemeijer, K. (2013). The development of an rme-based geometry course for Indonesian primary schools. Dalam T. Plomp, & N. Nieveen (Eds.), *Educational Design Research – Part B: Illustrative cases* (Hal. 159-178). Enschede, the Netherlands: SLO.
- Gagne, R. M. (1985). *The condition of learning and theory of instruction*. New York: CBS College Publishing
- Gagne, R. M., & Briggs L. J. (1979). *Principles of Instructional Design* (2nd Edition). New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Gagne, R.M., Wager, W.W., Golas, K.C., & Keller, J.M. (2005). *Principles of Instructional Design*. CA: Wadsworth/Thomson Learning.
- Gorard, S., Roberts, K., & Taylor, C. (2004). What kind of creature is a design experiment? *British Educational Research Journal*, 30(4). 577-590.
- Gravemeijer, K., & Cobb, P. (2006). Design Research from a learning design perspective. Dalam J. van den Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney, & N. Nieveen (Eds.). *Educational Design Research* (Hal. 17-51). London: Routledge.

- Hawley, W.E. (1967). Programmed Instruction. In Training and Development Handbook, eds. R.L. Craig and L.R. Bittel. New York: McGraw Hill, 225-250.
- Hokanson, B. & Gibbons, A (2014). Design in Educational Technology. New York: Springer.
- Joyce, B. & Weil, M. (1980). Model of Teaching. New Jersey: Prentice-Hall.
- Kant, E. (1781/2008). Critique of pure reason, trans. Norman Kemp Smith. London: Macmillan.
- Kelly, A.E. (2006). Quality criteria for Design Research: Evidence and commitments. Dalam J. van den Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney, & N. Nieveen (Eds.), Educational Design Research (Hal.107-118). London: Routledge.
- Kelly, A.E. (2010) When is Design Research Appropriate? Dalam T. Plomp & N. Nieveen, (Eds), An Introduction to Educational Design Research. The Netherlands: SLO
- Knippels, M.C.P.J. (2002). Coping with the abstract and complex nature of genetics in biology education. Doctoral dissertation. Utrecht, The Netherlands: University of Utrecht – CD- Bèta Press.
- Koberg & Bagnall (1976) in Keller, J.M. (2010). Motivational Design for Learning and Performance: The ARCS Model Approach. New York: Springer.
- Linn, M.C., Davis, E.A. & Bell, P. (Eds.) (2004). Internet environments for science education. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Association.
- Mafumiko, F. S. M. (2006). Micro-scale experimentation as a catalyst for improving the chemistry curriculum in Tanzania. Doctoral thesis. Enschede, the Netherlands: University of Twente. Available from: <http://purl.org/utwente/55448>

- Maudiarti, S., Suma, M., Anggreanidipta, & Prawiradilaga D.S. (2007) Prinsip Desain Pembelajaran. Jakarta: Kencana Pranada Media Group
- McKenney, S. (2001). Computer-based support for science education materials developers in Africa: Exploring potentials. Doctoral dissertation. Enschede, the Netherlands: University of Twente.
- McKenney, S., & Reeves, T.C. (2012). Conducting educational Design Research. London: Routledge.
- McKenny, S. & Reeves, T.C. (2012) Conducting Educational Design Research, Netherlands: Roudledge.
- Moseley, D., Baumfield, V., Elliott, J., Gregson M., Higgins, S., Miller, J., & Newton, D. (2005). Frameworks for Thinking: A handbook for teaching and learning. Cambridge: Cambridge University Press.
- Nieveen, N. & Folmer, E. (2013) Formative Evaluation in Educational Design Research. Dalam Dalam T. Plomp & N. Nieveen, (Eds), An Introduction to Educational Design Research. The Netherlands: SLO
- Nieveen, N. (1997). Computer support for curriculum developers. Doctoral thesis. Enschede (The Netherlands): University of Twente. Retrieved from <http://projects.edte.utwente.nl/cascade/original/>
- Nieveen, N. (1999). Prototyping to reach product quality. Dalam J. van den Akker, R.M. Branch, K. Gustafson, N. Nieveen, & T. Plomp (Eds), Design approaches and tools in education and training (Hal. 125-136). Boston: Kluwer Academic.
- Nieveen, N., McKenney, S., & van den Akker, J. (2006). Educational Design Research: The value of variety. Dalam J. van den Akker, K. Gravemeijer, S.

- McKenney, & N. Nieveen (Eds.), Educational Design Research (Hal. 151- 158). London: Routledge
- Plomp, T & Nieveen, N. (2013b). Introduction to the collection of illustrative cases of educational Design Research. The Netherlands: SLO
- Plomp, T. & Nieveen, N. (2010), An Introduction to Educational Design Research. The Netherlands: SLO
- Plomp, T. & Nieveen, N. (2013), An Introduction to Educational Design Research. The Netherlands: SLO
- Plomp, T. (2010). Educational Design Research: An Introduction. In T. Plomp & N. Nieveen (Eds), An Introduction to Educational Design Research. The Netherlands: SLO, 1-35
- Plomp, T., & Nieveen, N. (2010) An Introduction to Educational Design Research. Netherlands: SLO
- Plomp, T., & Nieveen, N. (2013) An Introduction to Educational Design Research. Netherlands: SLO
- Pribadi, B. A. (2009). Model Desain Sistem Pembelajaran. Jakarta: Penerbit Dian Rakyat.
- Procee, H. & Vissher-Voerman, I (2004). Reflecteren in het onderwijs: Een Kleine systmatiek. *Velon*, 25(3), 37 – 44
- Reeves, T.C. (2006). Design Research from a technology perspective. In J. van den Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney, & N. Nieveen (Eds.), Educational Design Research (Hal. 52-66). London: Routledge.
- Reeves, T.C. (2006). Design research from a technology perspective. In: Van den Akker, J., Gravemeijer, K, McKenney, S. & Nieveen, N. (Eds). (2006). Educational Design Research. London: Routledge, 52-66.
- Reymen, I. M. M. J., Hammer, D. K., Kroes, P.A., van Aken, J.E., Dorst, C.H., Bax, M.F.T. & Basten, T.

- (2006). A domain-independent descriptive design model and its application to structured reflection on design processes. *Research in Engineering Design*, 16(14), 147 - 173
- Richey, R.C., Klein, J.D., & Tracey, M.W. (2011). *The instructional Design Knowledge Base: Theory, Research, and Practice*. New York: Routledge
- Romme, A.G.L. (2003). Making a difference: organization as design. *Organization science*, 14, 558 – 573
- Rothwel, W.J. & Kazanas, H.C. (2004). *Mastering the Instructional Design Process: A Systematic Approach*. USA: Pfeiffer
- Sandoval, W.A. (2004). Developing learning theory by refining conjectures embodied in educational designs. *Educational Psychologist*, 39(4), 213 – 223.
- Slavin, R.E. (2006). *Educational Psychology: Theory and Practice (Eight Edition)*. Boston: Pearson Education, Inc.
- Smith, P.L. & Ragan, T.L. (2003). *Instructional Design*. Upper Saddle River. New Jersey: Merrill Prentice Hall Inc.
- Suparman, M.A. (2014). *Desain Instruksional Modern (Edisi Keempat)*. Jakarta: Penerbit Erlangga.
- Twelker, P.A., Urbach, F.D., & Buck, J.E. (1972). *The systematic development of instruction: An overview and basic guide to the literature*. Palo Alto, CA: Eric Clearinghouse on Media and Technology.
- Van den Akker, J., dkk. (2006) *Educational Design Research*. Netherlands: Roudledge.
- Van den Akker, J., Gravemeijer, K, McKenney, S. & Nieveen, N. (2006). *Educational Design Research*. London: Routledge.
- Van den Akker, J. (1999). Principles and Methods of Development Research. In J. van den Akker, R.M. Branch, K. Gustafson, N. Nieveen, & T. Plomp

(Eds), Design approaches and tools in education and training. Boston: Kluwer Academic, 1-14.

Wademan, M.R. (2005). Utilizing development research to guide people-capability maturity model adoption considerations. Doctoral dissertation. Syracuse: Syracuse University. Dissertation Abstracts International, 67-01A, 434. (UMI No. 3205587)

Yin, R.K. (2003, 3rd Ed). Case study research: Design and methods. Newbury Park, CA: Sage

SENARAI

Absis	:koordinat x , koordinat horizontal suatu titik pada bidang Cartesius, atau jarak antara suatu titik ke sumbu Y .
Akar kuadrat	:akar pangkat dua dari suatu bilangan
Antilogaritma	:kebalikan dari logaritma
Arsiran	:menarik garis-garis sejajar atau tanda menyalang pada suatu diagram (misalnya diagram Venn).
Bayangan	:dalam suatu pemetaan, jika suatu himpunan X dipetakan kepada himpunan Y , dan $x \in X$ dipetakan kepada $y \in Y$, maka y adalah bayangan x .
Bentuk baku	:cara penulisan bilangan dengan notasi ilmiah ($a \times 10^n$, dengan $1 \leq a < 10$, n bilangan bulat).
Bidang Cartesius	:daerah yang dibatasi oleh sumbu X dan sumbu Y yang saling berpotongan tegak lurus.
Bilangan asli	:himpunan bilangan $\{1, 2, 3, \dots\}$
Bilangan bulat	:himpunan bilangan $\{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$
Bilangan cacah	:himpunan bilangan $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$
Bilangan rasional	:bilangan yang dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$, a , b bilangan bulat dan $b \neq 0$.

Cosinus	:salah satu fungsi trigonometri. Cosinus suatu sudut dalam sebuah segitiga adalah perbandingan antara panjang sisi yang berdekatan dengan sudut itu dan panjang sisi miringnya.
Diagram	:gambaran untuk memperlihatkan atau menjelaskan sesuatu.
Diagram Venn	:diagram untuk memperlihatkan himpunan-himpunan.
Domain	:daerah asal atau daerah definisi fungsi.
Ekuivalen	:persamaan-persamaan yang himpunan penyelesaiannya sama.
Fungsi	:relasi khusus yang memetakan (memasangkan) setiap anggota pada himpunan pertama dengan tepat satu anggota himpunan kedua.
Fungsi linear	:fungsi yang variable bebasnya paling tinggi berpangkat satu.
Fungsi kuadrat	:fungsi yang variabel bebasnya berpangkat paling tinggi dua.
Garis sejajar	:dua garis yang tidak berpotongan dan terletak pada suatu bidang datar.
Gradien	:kemiringan atau kecondongan suatu garis terhadap sumbu X positif; nilai perbandingan antara selisih ordinat dan selisih absis dua titik dalam suatu garis.

Grafik	:suatui gambar yang menyatakan hubungan antara dua peubah atau lebih.
Himpunan	:kumpulan benda yang didefinisikan dengan tepat(jelas).
Himpunan bagian	:himpunan yang anggotanya merupakan anggota himpunan yang lain.
Himpunan kosong	:himpunan yang tidak mempunyai anggota.
Himpunan pasangan	berurutan :salah satu cara menuliskan relasi antara dua himpunan.
Himpunan semesta	:himpunan yang memuat semua anggota (elemen) yang dibicarakan.
Invers	:kebalikan atau lawan dari suatu bilangan.
Irisan (himpunan)	:anggota persekutuan dua himpunan atau lebih.
Integral	:biasanya disebut hitung integral, secara geometri diartikan sebagai suatu metode perhitungan untuk menentukan luas daerah.
Integral tertentu	:integral dari suatu fungsi yang kontinu untuk nilai-nilai x tertentu dalam batas-batas $a \leq x \leq b$
Ketidaksamaan	:suatu pernyataan yang dihubungkan dengan salah satu tanda $>$, $<$, \leq , \geq , atau \neq .
Kodomain	:daerah kawan dari suatu fungsi.
Koefisien	:bilangan-bilangan yang menyertai peubah.

Komutatif	:sifat operasi penjumlahan atau perkalian bilangan yaitu $a+b = b+a$ atau $axb = bxa$, untuk setiap a, b sembarang bilangan.
Korespondensi satu-satu	:hubungan satu-satu antara dua himpunan, setiap anggota himpunan A dapat dipasangkan dengan tepat satu anggota himpunan B.
Koordinat	:pasangan absis dan ordinat
Limit fungsi	:batas dari suatu fungsi atau batas harga fungsi yang bersangkutan.
Logaritma	:suatu bilangan yang dapat dinyatakan sebagai pangkat (eksponen) dari bilangan lain yang dinamakan basis.
Metode substitusi	:cara menyelesaikan sistem persamaan dengan cara substitusi
Metode eliminasi	:cara menyelesaikan sistem persamaan dengan cara eliminasi (menghilangkan salah satu peubah).
Median	: nilai tengah dari data-data yang terurut
Mean	: rata-rata hitung dari suatu data
Modus	: nilai yang sering muncul
Peubah (variable)	:nilai pengganti dari suatu kalimat terbuka.
Pemetaan	:relasi (hubungan) yang memasangkan setiap anggota himpunan pertama dengan tepat satu anggota himpunan kedua.

Pendiferensialan	:proses mencari turunan sebuah fungsi.
Persamaan	:kalimat matematika terbuka yang dihubungkan dengan tanda “ = ”.
Persamaan linear	:persamaan yang peubahnya berpangkat satu.
Persamaan linear satu peubah	:persamaan dalam bentuk $ax + b = 0$, x peubah, a, b konstanta.
Pertidaksamaan	:kalimat matematika terbuka yang dihubungkan dengan tanda : $<$, $>$, \geq , \leq .
Pertidaksamaan linear	:kalimat matematika terbuka dengan peubah berpangkat satu dan menggunakan lambing ketidaksamaan.
Persamaan kuadrat	:persamaan berderajat dua dalam x, dalam
Populasi	:keseluruhan obyek yang diteliti
Relasi (hubungan)	:hubungan antara himpunan A dan himpunan B yang memasangkan anggota-anggota A dan anggota-anggota B.
Sinus	:salah satu fungsi trigonometri. Sinus suatu sudut dalam sebuah segitiga siku-siku adalah perbandingan antara panjang sisi yang berhadapan dengan sudut tersebut dan panjang sisi miringnya.
Statistik	:kumpulan angka-angka yang menggambarkan suatu masalah
Sampel	: bagian dari populasi
Tangen	:salah satu fungsi trigonometri. Tangen suatu sudut dalam

sebuah segitiga siku-siku adalah perbandingan antara panjang sisi dihadapan sudut tersebut dan panjang sisi yang bersebelahan dengan sudut tersebut.