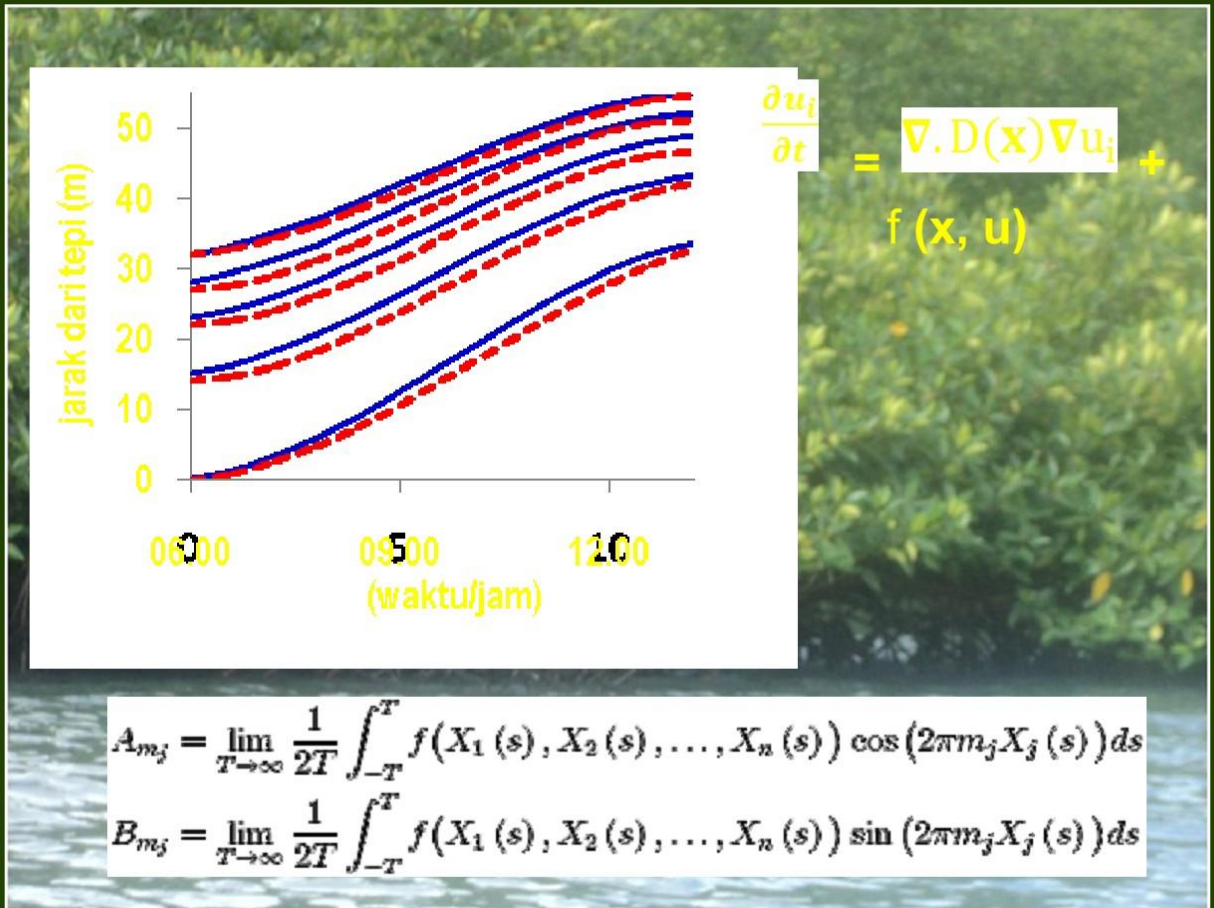


PEMODELAN MATEMATIK ANALISIS KETIDAKPASTIAN DAN SENSITIVITAS

DR. CHRISTOPHIL MEDELLU, SU

JURUSAN PENDIDIKAN FISIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI MANADO



ISBN: 978-602-9200-19-5



PENERBIT
KELOMPOK KONSENTRASI FISIKA LINGKUNGAN
UNIMA

PEMODELAN MATEMATIK, ANALISIS KETIDAKPASTIAN DAN SENSITIVITAS

DR. CHRISTOPHIL MEDELLU, SU

**JURUSAN PENDIDIKAN FISIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI MANADO**



**PENERBIT
KELOMPOK KONSENTRASI FISIKA LINGKUNGAN
UNIMA**

PEMODELAN MATEMATIK, ANALISIS KETIDAKPASTIAN DAN SENSITIVITAS

Penulis:

DR. CHRISTOPHIL MEDELLU, SU

Penyunting:

Prof. DR. R. N. Palilingan, MS

Hak Cipta ©2013 pada penulis, dilarang keras mengutip, menjiplak, memfotokopi baik sebagian atau keseluruhan dari isi buku ini tanpa mendapat izin tertulis dari pengarang atau penerbit.

Diterbitkan pertama kali oleh Penerbit Kelompok Konsentrasi Fisika Lingkungan UNIMA, Tondano 2011.



ISBN: 978-602-9200-19-5

Dicetak oleh Kelompok Konsentrasi Fisika Lingkungan UNIMA Tahun 2011.

Dicetak ulang oleh Kelompok Konsentrasi Fisika Lingkungan Tahun 2013.

DAFTAR ISI

DAFTAR ISI	i
KATA PENGANTAR.....	iii
PETA KOMPETENSI.....	iv
1. PENGERTIAN, TUJUAN DAN KEMANFAATAN ANALISIS SENSITIVITAS.....	1
1.1. Pendahuluan	2
1.2. Definisi Analisis Sensitivitas.....	2
1.3. Tujuan dan Kemanfaatan Analisis Sensitivitas	5
2. PEMODELAN, ANALISIS KETIDAK PASTIAN DAN ANALISIS SENSITIVITAS.....	9
2.1. Pendahuluan	10
2.2. Pemodelan, Analisis Ketidak-Pastian dan Analisis Sensitivitas.....	10
2.2.1. Definisi pemodelan ilmiah	10
2.2.2. Prinsip-prinsip pemodelan ilmiah	11
2.2.3. Konsep dasar pemodelan.....	11
2.2.4. Pemodelan matematik	15
2.2.5. Prinsip pemodelan matematik	16
2.2.6. Klasifikasi model matematik.....	17
2.2.7. Prosedur pemodelan matematik	19
2.2.8. Keterbatasan dan sesatan dalam pemodelan.....	21
2.2.9. Asumsi vs kesimpulan	25
2.2.10. Kesalahan/sesatan	25
2.2.11. Konsep terkait	26
2.3. Deskripsi singkat kemanfaatan penerapan analisis sensitivitas.....	26
2.3.1. Lingkungan	26
2.3.2. Bidang Bisnis	26

2.4.	Beberapa Contoh Aplikasi dan Latihan Analisis Sensitivitas.....	28
2.4.1.	Aplikasi Analisis Sensitivitas dalam Disain Landscaping.....	28
2.4.2.	Aplikasi Analisis Sensitivitas dalam Model Energetika	34
2.4.3.	Analisis sensitivitas untuk retensi agregat hutan	36
2.4.4.	Penerapan analisis sensitivitas iklim mikro karena variasi kondisi lingkungan	37
2.4.5.	Pendekatan teoritik analisis sensitivitas pengaruh factor eksternal iklim mikro rumah kaca	39
2.4.6.	Sensitivitas perubahan ekosistem (Net Ecosystem Exchange – NEE) terhadap perubahan kelembaban tanah.....	40
3.	SESATAN, KETIDAK-PASTIAN, DAN ANALISIS SENSITIVITAS DALAM EKSPERIMEN FISIKA	48
3.1.	Sesatan/Bias Sistematis/ Bandul Sederhana	49
3.2.	Analisis Sensitivitas Bandul Sederhana	51
4.	UJI SENSITIVITAS AMPLITUDO FOURIER	82
4.1.	Pendahuluan	83
4.2.	Beberapa artikel tentang FAST	83
4.3.	Implementasi	88
5.	PEMODELAN DAN ANALISIS SENSITIVITAS VARIABEL IKLIM MIKRO DALAM HUTAN MANGROVE.....	92
5.1.	Pendahuluan	93
5.2.	Sumber Ketidak Pastian Data Pemodelan Iklim Mikro dalam Hutan Mangrove.....	93
	REFERENSI	128

KATA PENGANTAR

Buku ini membahas tiga pokok materi penting secara terintegrasi yakni pemodelan matematik, analisis ketidak pastian dan analisis sensitivitas model. Relevansi materi buku ini mencakup kebutuhan riset di bidang fisika lingkungan dan bidang terkait dengan fisika lingkungan.

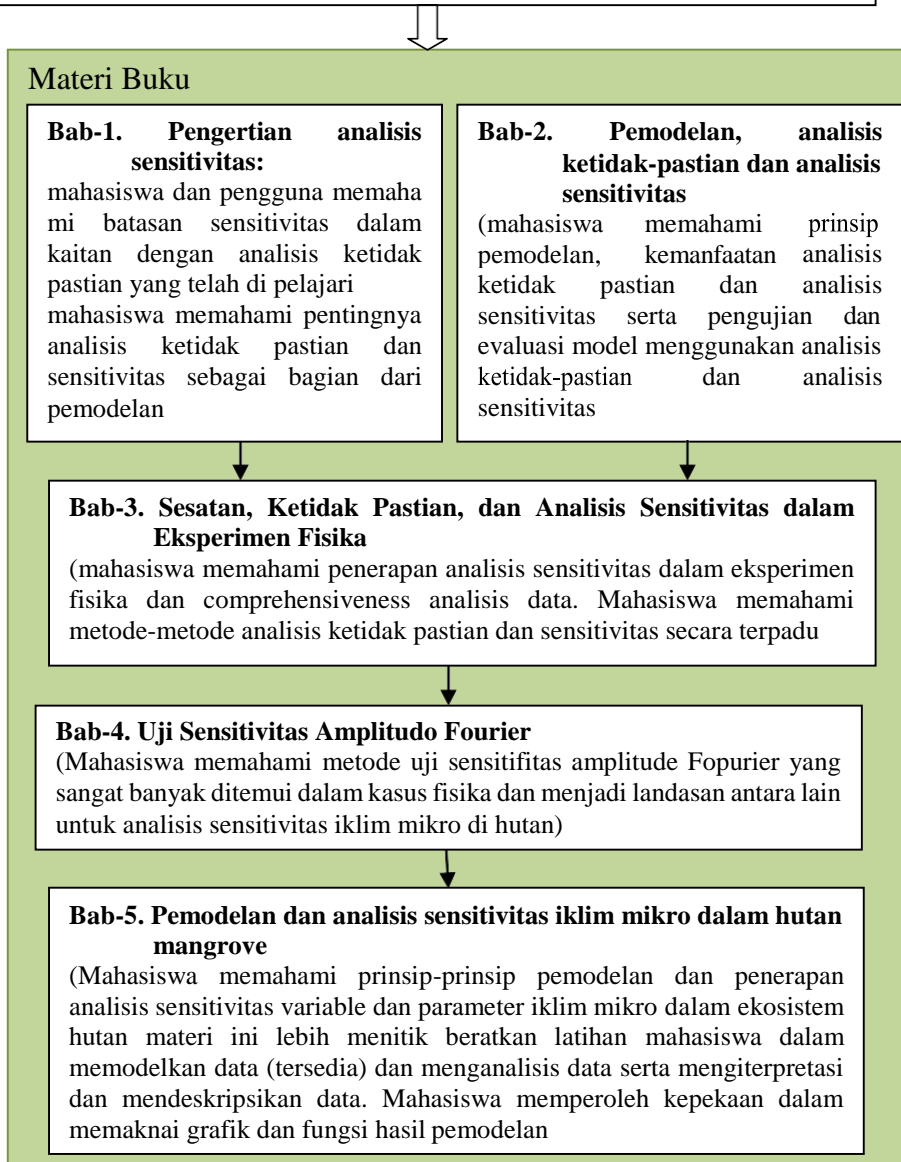
Kebutuhan pengetahuan dan keterampilan melakukan kegiatan riset, pemodelan, analisis dan interprets data menjadi alasan disusunnya buku ini yang membahas secara terpadu komponen-komponen dan tahapan penelitian fisika lingkungan. Bagian awal buku ini membahas analisis ketidak pastian dan analisis sensitivitas serta penerapannya dalam mengevaluasi validitas dan sensitivitas fungsi hasil pemodelan. Bagian akhir buku ini menyajikan hasil penelitian pemodelan iklim mikro di hutan mangrove dengan data yang dapat dimanfaatkan mahasiswa membuat pemodelan dan analisis data

Manado, Oktober 2013

PETA KOMPETENSI

Peta kompetensi mahasiswa menurut bagian-bagian buku ini adalah sbb.:

Kebutuhan kompetensi melaksanakan penelitian dan kegiatan eksperimen laboratories, khususnya pemodelan data secara matematik dan analisis validitas dan sensitivitas model mendeskripsikan fenomena alam



1. PENGERTIAN, TUJUAN DAN KEMANFAATAN ANALISIS SENSITIVITAS

11. Pendahuluan

Bab I merupakan bagian yang memperkenalkan analisis sensitivitas. Bab I terdiri dari : definisi analisis sensitivitas, tujuan dan kemanfaatan analisis sensitivitas, dan prinsip-prinsip analisis sensitivitas. Tujuan umum Bab I adalah mahasiswa mendapatkan pengetahuan awal dan menilai penting analisis sensitivitas dalam fisika, sehingga memotivasi mereka untuk mengenal lebih jauh teori dan penerapan analisis sensitivitas dalam fisika dan bidang lainnya

Tujuan:

- Mahasiswa dapat mengidentifikasi kesamaan dan perbedaan beberapa definisi analisis sensitivitas yang diperoleh dari sumber-sumber elektronik
- Mahasiswa dapat mengidentifikasi kemanfaatan khusus analisis sensitivitas dalam masalah sehari-hari.
- Mahasiswa memahami kesamaan dan perbedaan analisis ketidak-pastian dan analisis sensitivitas
- Mahasiswa memahami pentingnya analisis sensitivitas dalam praktikum dan pengukuran-pengukuran fisika di lapangan, dan penerapannya dalam penelitian fisika
- Mahasiswa termotivasi untuk mempelajari analisis sensitivitas lebih mendalam secara mandiri (individu dan kelompok dengan memanfaatkan sumber informasi awal.
- Mahasiswa menjadi terampil untuk mendapatkan sumber informasi dan pengetahuan tentang analisis sensitivitas

12. Definisi Analisis Sensitivitas

Sebelum mempelajari definisi analisis sensitivitas, terlebih dahulu kita perlu mengenal batasan sensitivitas secara ilmiah. Definisi sensitivitas sangat bervariasi menurut bidang ilmu, antara lain sebagai berikut:

1. Di bidang fisiologi:
 - a. Adalah respon terhadap rangsangan eksternal; kesanggupan merasakan sensasi, misalnya kepekaan terhadap rasa sakit.
 - b. Kesanggupan dalam menangkap/merespons dunia luar misalnya: dalam gelap orang harus bergantung pada sentuhan dan pada indra penciuman dan pendengaran.
 - c. kemampuan untuk menanggapi rangsangan fisik atau mengenali perbedaan atau perubahan yang kecil secara fisik

2. Dalam bidang hubungan social: kemampuan merespons perubahan dalam hubungan interpersonal dalam lingkungan social
3. Di bidang elektronika: sinyal input minimum yang diperlukan untuk menghasilkan sinyal output yang ditentukan untuk penerima radio atau perangkat serupa. Factor pembatas sensitivitas system elektronik untuk mengkarakterisasi kinerja pada level sinyal rendah adalah *noise*.
4. Di bidang rekayasa:
 - a. Ukuran kemudahan suatu zat dalam menyebabkan ledakan.
 - b. Ukuran dari pengaruh perubahan tingkat keparahan mesin-kondisi operasi terhadap kinerja dari bahan bakar.
 - c. Suatu karakteristik sistem, atau bagian dari suatu sistem, yang menunjukkan bagaimana sistem bereaksi terhadap rangsangan eksternal maupun internal dari bagian system itu sendiri. Stimuli dalam hal ini dapat berupa stimuli eksternal (midalnya sinyal input) atau perubahan elemen dalam sistem; sensitivitas dapat diartikan sebagai ukuran dari variasi dalam beberapa karakteristik perilaku sistem yang disebabkan oleh perubahan nilai input atau dari lebih elemen sistem itu sendiri.
5. Bidang fisika. Rumusan sensitivitas berkaitan dengan peralatan dan pengukuran fisika adalah : karakteristik sebuah alat ukur yang diungkapkan oleh rasio perpindahan linier (Δl) atau perpindahan sudut ($\Delta \alpha$) dari pointer pada skala instrumen-yaitu, sinyal pada output dari alat-dan perubahan kuantitas yang diukur yang menyebabkan perpindahan tersebut. Sebuah perbedaan dibuat antara sensitivitas mutlak dan sensitivitas relatif. Sensitivitas Absolute $S = \Delta l / \Delta x$ atau $\Delta \alpha / \Delta x$, di mana Δx adalah perubahan dalam x kuantitas yang diukur dan dinyatakan dalam satuan yang sama dengan kuantitas. Sensitivitas relatif $S_0 = \Delta l / (l \Delta x)$ atau $\Delta \alpha / (\alpha \Delta x)$.

Seperti halnya batasan sensitivitas ilmiah, analisis sensitivitas didefinisikan bervariasi bergantung pada bidang dan tujuan penerapan analisis sensitivitas. Definisi yang bersifat umum antara lain dikemukakan oleh:

- a. Saltelli, *et al.* (2008): Analisis sensitivitas (SA) adalah studi tentang bagaimana ketidakpastian dalam output dari suatu model (numerik atau lainnya) dapat dibagi ke berbagai sumber ketidakpastian dalam input model.
- b. Suatu teknik yang digunakan untuk menentukan berapa perbedaan nilai variabel independen akan mempengaruhi variabel dependen tertentu dalam seperangkat asumsi (Investopedia)
- c. Analisis sensitivitas adalah cara untuk memprediksi keputusan jika situasi ternyata menjadi berbeda dengan prediksi kunci (Investopedia)
- d. Analisis sensitivitas adalah studi tentang bagaimana variasi (ketidakpastian) dalam output dari model dapat dibagi, secara kualitatif atau kuantitatif, ke dalam sumber yang berbeda dari variasi input model.

Definisi yang bersifat khusus antara lain adalah sebagai berikut:

- a. Di bidang energetika: analisis sensitivitas adalah laju perubahan metabolisme dalam merespons perubahan variabel lingkungan yang diperkirakan paling besar pengaruhnya: suhu udara, kecepatan angin, radiasi matahari, dan kelembaban relatif (Natori and Porter, 2007).
- b. Di bidang manajemen secara umum: adalah bentuk simulasi yang memungkinkan pengambil keputusan untuk bereksperimen dengan alternatif keputusan dengan menggunakan pendekatan apa-jika. Manajer mungkin ingin mengevaluasi kebijakan alternatif dan asumsi tentang lingkungan eksternal dengan mengajukan serangkaian pertanyaan bagaimana-jika.
- c. Di bidang bisnis/manajemen investasi:
 - 1) Studi yang mengukur pengaruh perubahan variabel (seperti penjualan) terhadap risiko atau profitabilitas investasi (Dictionary of Finance and Investment Terms)
 - 2) Teknik analisis investasi dimana nilai yang berbeda dari variabel kunci tertentu diuji untuk melihat bagaimana hasil investasi yang sensitif terhadap perubahan mungkin dalam asumsi. Ini adalah metode mengevaluasi keberisikoan investasi (Dictionary of Real Estate Terms). Sebagai contoh analisis sensitivitas diterapkan pada investasi properti pendapatan tertentu. Ditemukan bahwa peramalan suku bunga vacancy 15% menghasilkan tingkat pengembalian investasi 16% versus 18% tingkat pengembalian untuk faktor kekosongan 5%. Di sisi lain, bervariasi tingkat apresiasi properti dari 10% per tahun sampai dengan 5% dikurangi pengembalian dari 20% menjadi 4%.
 - 3) Dalam Linear Programming (LP), suatu teknik untuk menentukan bagaimana solusi optimal untuk sebuah perubahan masalah pemrograman linier jika data masalah seperti koefisien fungsi tujuan atau sisi kanan perubahan nilai, juga disebut post-optimalitas analisis. Untuk seorang akuntan waspada, solusi optimal tidak hanya menyediakan jawaban yang diberikan asumsi tentang sumber daya, kapasitas, dan harga dalam masalah formulasi-tapi harus menimbulkan pertanyaan tentang apa yang akan terjadi jika kondisi harus berubah. Beberapa perubahan mungkin dikenakan oleh lingkungan, seperti perubahan biaya sumber daya dan kondisi pasar. Beberapa, bagaimanapun, merupakan perubahan yang manajer dapat memprakarsai, seperti memperbesar kapasitas atau menambah kegiatan baru (Dictionary of Accounting Terms).

Pengertian analisis sensitivitas dan analisis ketidak pastian

Analisis sensitivitas (sensitivity analysis) berkaitan erat dengan analisis analisis ketidak pastian (uncertainty analysis). Kedua analisis ini digunakan bermaan dalam menentukan simpangan atau sesatan pada input dan output. Sesatan pada input adalah sesatan yang muncul dari proses perolehan data,

antara lain disebabkan oleh rancangan percobaan, ulangan pengamatan, waktu dan interval waktu pengamatan, posisi pengamatan, kondisi peralatan untuk menghasilkan data yang valid, ketelitian pengamatan/pengukuran dll. Sesatan pada input menjalar pada output, melalui persamaan (penyerhanaan, proses komputasi dll.). Perbedaannya adalah: analisis ketidakpastian mengkuantifikasi ketidakpastian dalam hasil pemodelan atau dalam output, sedangkan **Analisis Sensitivitas** memiliki peran komplementer yang dijamin oleh pentingnya kekuatan dan relevansi dari input dalam menentukan variasi dalam output (Saltelli, *et al.*, 2008). Jika analisis ketidakpastian mempelajari keseluruhan ketidakpastian dalam pengambilan kesimpulan penelitian, analisis sensitivitas mencoba untuk mengidentifikasi sumber yang bobot ketidakpastiannya paling besar mempengaruhi kesimpulan. Dalam analisis sensitivitas seseorang melihat efek dari berbagai input model matematika terhadap output. Dalam kedua disiplin ilmu seseorang berusaha memperoleh informasi dari sistem dengan percobaan fisik atau numerik minimum.

Mummert (2010) mengemukakan bahwa tujuan analisis ketidak pastian dan analisis sensitivitas adalah menentukan bagaimana pengaruh variasi parameter terhadap akhir dari output model. Analisis ketidak pastian digunakan untuk menentukan secara kualitatif, parameter yang paling berpengaruh terhadap output model. Analisis sensitivitas digunakan untuk menentukan secara kuantitatif parameter parameter mana yang mempengaruhi output model.

Analisis sensitivitas di bidang ekonomi misalnya, dapat diperjelas dengan ilustrasi berikut ini. Dalam satu system manajemen rancangan penganggaran ke depan. Dalam rancangan penganggaran, selalu ada unsur atau variable yang tidak pasti, misalnya tarif pajak di masa mendatang, suku bunga, tingkat inflasi, jumlah pegawai, biaya operasional dan variabel lainnya. Variabel-variabel seperti ini tidak dapat dipastikan perubahannya ke depan, sehingga besarnya tidak dapat ditentukan secara tepat. Analisis sensitivitas menjawab pertanyaan, "jika variabel-variabel ini menyimpang dari harapan, apa dampaknya pada penganggaran". Berapa besar pengaruh perubahan variabel-variabel input terhadap penyimpangan anggaran dari yang diprediksi dalam perencanaan?

13. Tujuan dan Kemanfaatan Analisis Sensitivitas

Tujuan

Analisis sensitivitas digunakan dalam berbagai bidang seperti fisika dan kimia, aplikasi keuangan, analisis risiko, pemrosesan sinyal, jaringan saraf dan area di mana model dikembangkan. Analisis sensitivitas juga dapat digunakan dalam model penelitian berbasis penilaian kebijakan, dapat digunakan untuk menilai kesegaran dari indikator komposit, dan juga dikenal/digunakan sebagai indeks, seperti Indeks Kinerja Lingkungan.

Tujuan analisis sensitivitas bervariasi namun secara umum adalah untuk:

1. Menyederhanakan model, dengan mengeliminir factor-faktor input yang tidak signifikan pengaruhnya terhadap proses dan output. Terkait dengan penyerhanaan model, Komorowski *et al.*, (2011) mengemukakan bahwa analisis sensitivitas dapat digunakan untuk mengidentifikasi parameter yang berpengaruh yang dapat ditentukan dari data yang tersedia dengan membuang data yang tidak penting.
2. Mengetahui ketahanan atau konsistensi dari prediksi model
3. Memainkan skenario analisis **apa-jika** dan mengkaji dampak pada output dengan menggunakan variasi asumsi input dan skenario.
4. Sebagai unsur jaminan kualitas (sensivitas factor-faktor yang tidak terduga berkaitan dengan kesalahan pengkodean atau kesalahan spesifikasi)

Manfaat (Aplikasi)

1. Dapat memprediksi perubahan yang terjadi pada output dengan memainkan scenario dengan variasi input (berdasarkan) pola atau hubungan yang telah diperoleh sebelumnya sebagai acuan
2. Analisis sensitivas menyediakan informasi tentang:
 - Faktor-faktor yang paling berkontribusi variabilitas output
 - Daerah dalam ruang faktor input dimana output model memiliki nilai maksimum atau minimum atau berada dalam batas-batas yang telah ditentukan (misalnya dengan penapisan Monte Carlo)
 - Optimal - atau ketidakstabilan - daerah dalam ruang faktor untuk digunakan dalam penelitian kalibrasi berikutnya
 - Interaksi antara faktor
3. Analisis sensitivitas sangat erat kaitannya dengan pemodelan (matematik atau statistic dan pemodelan lainnya). Sebagai bagian dari pemodelan (menggunakan computer) untuk berbagai tujuan, analisis sensitivitas bermanfaat untuk:
 - Mendukung pengambilan keputusan atau pengembangan rekomendasi dari pengambil keputusan (misalnya uji kekokohan hasil);
 - Memperjelas komunikasi antara pemodel dengan pengambil keputusan (antara lain membuat rekomendasi yang lebih kredibel, lebih dapat dimengerti, menarik dan persuasive);
 - Meningkatkan pengertian atau kuantifikasi system (misalnya pengertian hubungan antara variable input dengan output); dan
 - Pengembangan model (misalnya pelacakan sesatan dalam model) (Wikipedia)

Kelemahan yang dapat terjadi dalam analisis sensitivitas adalah: asumsi yang menjadi landasan analisis menggunakan data/pengalaman masa lalu yang tidak relevan untuk digunakan di masa mendatang.

Prinsip analisis sensitivitas

- Analisis sensitivitas sangat penting dalam pengambilan keputusan: untuk setiap pilihan keputusan harus ada seperangkat kriteria evaluatif untuk menguji ketepatan model yang dianalisis.
- Analisis sensitivitas dapat menjelaskan isu-isu yang tidak diperkirakan pada awal studi, sehingga proses analisis dapat meningkatkan efektivitas studi awal dan membantu dalam keberhasilan pelaksanaan/pencapaian solusi akhir (Wikipedia).
- Analisis sensitivitas sangat berguna ketika kita mencoba menentukan dampak hasil yang sesungguhnya dari variabel tertentu jika berbeda dengan apa yang diasumsikan sebelumnya. Dengan membuat satu set skenario, analisis dapat menentukan bagaimana perubahan dalam satu variabel (s) akan mempengaruhi variabel target (Investopedia)
- Sampling berbasis sensitivitas adalah satu di mana model dieksekusi berulang kali untuk kombinasi nilai-nilai factor input yang diambil dari distribusi faktor input (diasumsikan diketahui). Setelah sampel dihasilkan, beberapa strategi (termasuk scatterplots input-output sederhana) dapat digunakan untuk menurunkan (menghasilkan) sensitivitas faktor.

Tugas dan Latihan Pengembangan

1. Cari melalui pustaka elektronik definisi analisis sensitivitas dalam empat bidang yang berbeda, misalnya: bisnis, pemerintahan, sains, social.
2. Rumuskan kesamaan definisi dari berbagai bidang sebagai inti dari definisi analisis sensitivitas
3. Identifikasi lima masalah (yang ada di lingkungan sekitar atau melalui sumber informasi cetakan/elektronik) yang menurut anda penting untuk diterapkan analisis sensitivitas.
4. Jelaskan keuntungan/kemanfaatan analisis sensitivitas dari contoh-contoh yang anda sebutkan dalam butir 3
5. Identifikasi empat tujuan analisis sensitivitas yang disebutkan di atas dalam artikel-artikel analisis sensitivitas.
6. Jelaskan keuntukan/kemanfaatan analisis sensitivitas dari contoh-contoh yang anda temukan dalam jurnal/artikel.
7. Berikan contoh kasus fisis untuk membedakan analisis ketidak-pastian yang anda pelajari selama ini dengan analisis sensitivitas. Berikan komentar, apakah menguntungkan bagi anda, apabila laporan praktikum menyertakan analisis sensitivitas

2. PEMODELAN, ANALISIS KETIDAK PASTIAN DAN ANALISIS SENSITIVITAS

2.1. Pendahuluan

Bab II menyajikan beberapa artikel contoh penerapan analisis sensitivitas. Artikel memuat antara lain: alasan dan pentingnya analisis sensitivitas, kondisi-kondisi yang menyebabkan pentingnya analisis sensitivitas, metode penerapan analisis sensitivitas terkait dengan pemodelan dan analisis ketidakpastian, dan hasil analisis sensitivitas.

Tujuan:

- Mahasiswa/pengguna mengidentifikasi esensi penerapan analisis ketidakpastian dan analisis pemodelan dalam artikel yang diperoleh dari sumber-sumber elektronik
- Mahasiswa/pengguna memahami konsep sesatan pengukuran atau penilaian dan pengkategorian input dalam pemodelan dan rentetannya pada ketidak-pastian dalam luaran (output) hasil pemodelan.
- Mahasiswa/pengguna memperoleh pengetahuan dasar dan keterampilan mengidentifikasi parameter atau variable input, perumusan criteria dan asumsi untuk pemodelan yang menghasilkan output.
- Mahasiswa/pengguna dapat mengidentifikasi dan merumuskan sumber-sumber sesatan yang sifatnya alamiah, atau karena proses pengukuran/pengambilan data, perhitungan atau komputasi dari contoh-contoh artikel
- Mahasiswa dapat mengidentifikasi sumber-sumber sesatan yang bersifat sistematik dan yang bersifat random atau acak
- Mahasiswa termotivasi dan memperoleh keterampilan mengkritisi penerapan analisis ketidakpastian dan analisis sensitivitas dalam artikel pemodelan

2.2. Pemodelan, Analisis Ketidak-Pastian dan Analisis Sensitivitas

Pemodelan adalah upaya merepresentasikan fakta atau fenomena (alam, sosial dll) dalam bentuk abstraksi. Untuk lebih memahami arti pemodelan berikut ini diuraikan definisi, prinsip dan konsep dasar pemodelan

2.2.1. Definisi pemodelan ilmiah

- Pemodelan ilmiah adalah proses menghasilkan abstrak, model konseptual, grafis atau matematika. Sains menawarkan metode,

teknik dan teori tentang segala macam pemodelan ilmiah. Sebuah model ilmiah dapat menyediakan cara untuk membaca elemen-elemen model yang telah dipecah menjadi bentuk yang lebih sederhana. Pemodelan merupakan bagian penting dan tak terpisahkan dari semua kegiatan analisis system ilmiah. Banyak disiplin ilmu mengembangkan ide-ide pemodelan secara khusus sesuai tipikal atau karakteristik bidang ilmu tersebut. Sekarang ini, pemodelan semakin menjadi perhatian dengan berkembangnya system analisis dalam berbagai cabang ilmu pengetahuan.

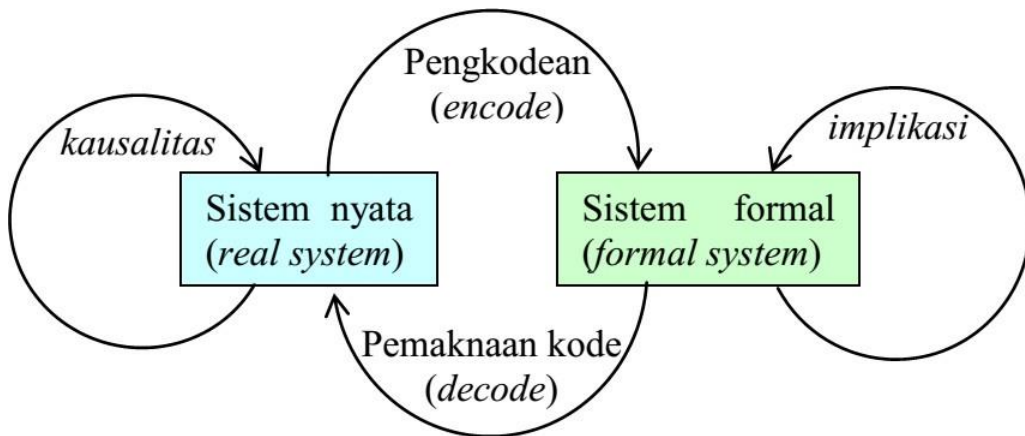
- Sebuah model ilmiah berusaha untuk mewakili objek empiris, fenomena, dan proses fisik dalam cara yang logis dan obyektif.

2.2.2. Prinsip-prinsip pemodelan ilmiah

- Model biasanya digunakan ketika tidak dimungkinkan atau sulit untuk melakukan pengukuran langsung. Bagaimanapun juga, hasil pengukuran langsung dengan menggunakan prosedur ilmiah yang tepat memiliki presisi dan lebih dapat diandalkan disbanding pengukuran dan analisis melalui model. Keterbatasan rumusan model untuk merepresentasikan fenomena atau fakta riil (a.l. keterwakilan elemen dan proporsi elemen fakta/fenomena, bentuk interaksi antar fenomena dll) menjadi factor yang berpengaruh besar terhadap validitas hasil fenomena atau fakta berdasarkan analisis model.
- Representasi lengkap dan benar mungkin mustahil (teori non-representasional) tapi bagaimanapun juga dan dalam keadaan tertentu model dapat digunakan.
- Model dapat digunakan untuk merumuskan prinsip-prinsip ilmu empiris, dan dapat digunakan untuk menginterpretasi realitas, seperti seorang ahli logika membuat prinsip-prinsip logika.

2.2.3. Konsep dasar pemodelan

Secara konseptual pemodelan ilmiah dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 2.1. Konsep Dasar Pemodelan Ilmiah

Gambar 2.1. memperlihatkan pemodelan adalah cara merepresentasikan suatu sistem nyata dalam bentuk sistem formal, sedemikian rupa sehingga esensi kausalitas dalam sistem nyata terwakili atau tetap eksis dalam sistem formal. Proses untuk merepresentasikan sistem nyata ke sistem formal dilakukan melalui pengkodean unsur-unsur penyebab (atau parameter/variabel input), penentuan ranking, nilai pentingnya, atau pengaruhnya terhadap variabel output yang dianalisis. Pengkodean ini harus dilakukan secara obyektif. Hasil pengkodean dan pengurutan memberikan rekomendasi tentang dilibatkan atau tidak dilibatkannya faktor input tertentu dalam pemodelan.

Faktor input yang secara faktual (dari referensi atau pengamatan awal) tidak signifikan pengaruhnya karena kurangnya pengaruh terhadap proses dan perubahan faktor output, diabaikan dari pemodelan. Di sini pembuat model menetapkan asumsi-asumsi dengan tujuan mengarahkan dan meningkatkan obyektivitas penetapan parameter input dan urutan nilai pentingnya. Asumsi tidak bertujuan untuk menyederhanakan masalah yang berdampak pada penyimpangan hakikat alamiah (hubungan kausal antara faktor input dengan dampak atau akibat yang ditimbulkan). Pada tahap ini pembuat model harus obyektif dan dengan seksama melakukan pengkodean dan pengurutan. Kesalahan mendasar dapat terjadi dalam penentuan nilai pentingnya faktor input. Ada dua bentuk kesalahan dalam pemodelan suatu sistem riil atau sistem nyata berkaitan dengan penetapan faktor input. Kesalahan tipe I adalah menganggap tidak penting faktor input yang penting atau tidak signifikan pengaruhnya terhadap perubahan output. Kesalahan tipe II adalah menganggap penting faktor yang sesungguhnya tidak penting atau tidak signifikan pengaruhnya terhadap perubahan output.

Hasil pengkodean dan penyaringan setiap faktor input dirumuskan keterkaitannya dengan variabel output berdasarkan teori atau referensi hasil

penelitian terdahulu, kendatipun hubungan yang diberikan dalam referensi tidak mengikat terhadap hasil pemodelan. Pemodel biasanya harus melakukan simulasi untuk melihat perubahan pada variable output dari berbagai alternative kombinasi perubahan factor atau parameter input. Implikasi hasil pemodelan adalah penetapan signifikansi hubungan variable output dengan variable input, sensitivitas perubahan variable output akibat perubahan secara simultan atau parsial dari parameter input. Implikasi pemodelan juga menunjukkan batasan- batasan berlakunya model misalnya batasan kondisi atmosfer untuk pemberlakuan dampak perubahan suhu udara terhadap keberadaan atau dinamika spesies dalam ekosistem hutan. Batasan-batasan ini berkaitan dengan asumsi-asumsi yang mendasari pengkodean dan penetapan parameter input.

Pengembang model harus mengevaluasi validitas model (dalam batasan-batasan asumsi yang ditetapkan) berdasarkan hasil pengukuran atau pengamatan di lapangan. Validitas model diuji dengan berbagai teknik statistic, seperti rataan selisih data ekspektasi dengan data hasil pengukuran (ME: mean error), akar pangkat dua selisih data ekspektasi dengan data hasil pengukuran (RMSE: root mean square error), analisis korelasi, ANOVA dll. Beberapa konsep terkait langsung dengan pemodelan adalah sebagai berikut.

Simulasi

Simulasi adalah implementasi model. Sebuah simulasi keadaan tunak (*steady state*) menyajikan informasi tentang keadaan sistem pada suatu waktu tertentu (biasanya keadaan kesetimbangan, jika keadaan tersebut terpenuhi). Sebuah simulasi dinamis memberikan informasi dari waktu ke waktu. Sebuah simulasi membawa model menjadi hidup dan menunjukkan bagaimana sebuah objek atau fenomena tertentu akan berperilaku. Simulasi dapat berguna untuk pengujian, analisis, atau pelatihan dalam kasus-kasus dimana sistem dunia nyata atau konsep dapat diwakili oleh model (Sismondo and Gissis, 1999).

Struktur

Struktur adalah gagasan fundamental dan kadang-kadang tidak berwujud meliputi pengakuan, observasi, alam, dan stabilitas pola dan hubungan entitas. Konsep struktur merupakan fondasi yang penting dalam mengidentifikasi modus dari suatu perubahan factor input menjadi output.

Sistem

Sebuah sistem adalah serangkaian entitas berinteraksi atau saling bergantung, nyata atau abstrak, membentuk suatu kesatuan yang utuh. Secara umum, sebuah sistem tersusun atau merupakan kumpulan elemen yang berbeda, yang secara bersama-sama membangun suatu fakta atau fenomena. Representasi fenomena tentunya akan berbeda dan tidak mungkin dihasilkan berdasarkan salah satu unsur saja (Winsberg, 2003). Konsep sebuah kesatuan yang utuh dapat

dinyatakan dalam bentuk sistem yang berwujud suatu set hubungan dari unsure-unsur dan bukan sekedar himpunan atau kumpulan unsur-unsur yang bersifat parsial. Unsur-unsur system selalu berada dalam interaksi dengan unsure yang lain dari system tersebut.

Sebuah system dapat berubah misalnya perubahan kuantitas atau intensitas satu unsure karena interaksi dengan unsure lainnya. Perubahan yang terjadi pada setiap unsure system selalu disertai dengan perubahan relasi antar unsure tersebut. Perubahan system (model) dapat berlangsung dalam dua versi yakni:

1) perubahan diskrit di mana variabel berubah secara instan pada titik-titik yang terpisah dalam waktu dan, 2) kontinu di mana variabel mengalami perubahan yang berkelanjutan terhadap waktu.

Proses menghasilkan model

Pemodelan merujuk kepada proses menghasilkan model sebagai representasi konseptual fenomena tertentu. Biasanya model akan hanya mengacu pada beberapa aspek dari fenomena tersebut. Dua model dari fenomena yang sama, dapat saja berbeda, bergantung pada penekanan atau kepentingan merepresentasikan fenomena menggunakan model tersebut. Jadi model dari satu fenomena yang sama dapat berbeda untuk memenuhi berbagai macam kebutuhan pengguna akhir model.

Proses evaluasi model

Sebuah model dievaluasi pertama dan terutama oleh konsistensi data empiris. Jika hasil atau output sebuah model tidak konsisten dengan pengamatan empiris maka model tersebut dimodifikasi atau ditolak. Salah satu cara untuk memodifikasi model adalah dengan membatasi domain unsure-unsur dan bentuk interaksi yang paling signifikan merepresentasikan fenomena. Sebuah contoh adalah model fisika Newton (Newtonian), yang sangat berguna dan valid pada kasus makroskopis dan kecepatan rendah; namun menjadi tidak valid pada kasus benda berukuran sangat kecil, sangat cepat. Model fisika Newtonian tidak valid untuk benda yang bergerak mendekati kecepatan cahaya. Faktor lain yang penting untuk dipertimbangkan dalam mengevaluasi model adalah:

- Kemampuan untuk menjelaskan pengamatan masa lalu
- Kemampuan untuk memprediksi pengamatan ke depan
- Biaya penggunaan, terutama dalam kombinasi dengan model lain
- Refutability estimasi, memungkinkan derajat kepercayaan dalam model
- Kesederhanaan dan estetika

Visualisasi

Visualisasi adalah teknik menciptakan gambar, diagram, atau animasi untuk mengkomunikasikan pesan. Visualisasi melalui citra visual telah menjadi cara yang efektif untuk berkomunikasi baik ide-ide abstrak dan konkret sejak awal kehidupan manusia. Contoh dari sejarah termasuk lukisan gua, hieroglif Mesir, geometri Yunani, dan metode revolusioner Leonardo da Vinci tentang gambar teknik untuk tujuan rekayasa dan ilmiah.

2.2.4. Pemodelan matematik

Definisi

- Pemodelan matematik adalah deskripsi menggunakan konsep dan bahasa matematik (Wikipedia).
- Pemodelan matematik adalah seni menerjemahkan masalah dari area aplikasi kedalam formulasi matematik yang memungkinkan dianalisis secara teoritik maupun numerik (Numaier, 2003).

Beberapa pengertian terkait pemodelan matematik

- Sebuah model matematik dapat menjelaskan keadaan suatu system dan untuk mempelajari efek dari komponen yang berbeda-beda, serta dapat memprediksi perubahan yang terjadi ke depan. Model matematik dapat dinyatakan dalam berbagai bentuk antara lain system dinamik, model statistic, persamaan diferensial atau model game teoritik (Wikipedia).
- Sebuah model matematik biasanya mendeskripsikan sebuah system dengan seperangkat variable dan seperangkat persamaan yang menyatakan hubungan antar variable. Ada berbagai tipe variable, misalnya tipe bilangan ril atau bulat, tipe nilai boolean atau string
- Variabel menyatakan berbagai sifat system, misalnya bentuk output system yang diukur seperti sinyal, data waktu, pencacah, kejadian.
- Model actual adalah seperangkat fungsi yang mendeskripsikan hubungan antar variable yang berbeda.
- Problem pemodelan matematik biasanya dklasifikasi sebagai model kotak hitam (*black box*) atau kotak putih (*white box*), bergantung pada sejauhmana prioritas informasi digunakan. Model kotak hitam adalah system dimana tidak ada informasi awal yang dapat digunakan. Model kotak putih (biasanya disebut kotak gelas atau kotak jernih) adalah system dimana semua informasi yang dibutuhkan dapat diperoleh. Dalam praktiknya semua system berada di antara model kotak hitam dan kotak putih, sehingga konsep ini biasanya hanya digunakan sebagai panduan intuitif untuk merancang pendekatan.

- Biasanya lebih baik memanfaatkan sebanyak mungkin informasi awal untuk menjadikan model lebih akurat. Model kotak putih dianggap lebih mudah, karena jika kita memiliki informasi yang lebih teliti, maka model akan menjadi teliti.
- Adakalanya informasi pendahuluan diperoleh dalam bentuk fungsi yang tipe hubungan antar variabelnya diketahui. Sebagai contoh, jika kita membuat model iklim mikro (suhu udara) dalam hutan, kita mengetahui perubahan temporalnya berbentuk sinusoidal karena mengikuti penyinaran matahari. Demikian halnya fungsi spasialnya berbentuk eksponensial meluruh dari tepi ke dalam hutan karena proses difusi termal. Kendatipun pola umum ini kita ketahui dan berlaku pada semua ekosistem hutan, akan tetapi kita tidak mengetahui dengan pasti sejumlah parameter seperti: suhu maksimum di dalam hutan, selisih maksimum di tepi dan di dalam hutan, kedalaman pengaruh suhu udara luar ke dalam hutan, gradient suhu udara di tepi dll. Contoh ini menunjukkan bahwa kita tidak dapat sepenuhnya menggunakan model kotak putih. Parameter-parameter seperti ini perlu disetimiasi terlebih dahulu dari beberapa rataan digunakan dalam model.
- Dalam model kotak hitam dilakukan satu percobaan untuk mengestimasi bentuk hubungan fungsional antar variable dan parameter-parameter numeric dalam fungsi-fungsi tersebut. Menggunakan informasi pendahuluan, kita dapat mencapai hasil, misalnya dengan seperangkat fungsi yang mungkin dapat mendeskripsikan system secara memadai. Jika tidak ada informasi pendahuluan kita akan mencoba menggunakan fungsi-fungsi selengkap mungkin yang dapat melingkup semua model yang berbeda. Pendekatan yang biasanya digunakan dalam model kotak hitam adalah jaringan saraf (*neural networks*) yang biasanya tidak mengambil asumsi terhadap data masukan. Masalahnya, untuk mendeskripsikan system, kita melibatkan seperangkat besar fungsi sehingga kesulitan estimasi parameter meningkat apabila jumlah parameter (dan fungsi dengan tipe yang berbeda) meningkat.

2.2.5. Prinsip pemodelan matematik

- Evaluasi model: adalah bagian krusial dari proses pemodelan untuk membuktikan bahwa model matematik mendeskripsikan sistem secara akurat
- Biasanya, bagian dari evaluasi model yang mudah dilakukan adalah mengecek apakah model cocok dengan data pengukuran eksperimental atau data empiric lainnya. Dalam model dengan parameter, pendekatan umum untuk menguji kecocokan adalah memilah data atas dua subset yang tidak berhubungan (*disjoint subsets*) yakni data latihan (*training data*) dan data verifikasi (*verification data*). Data latihan digunakan untuk mengestimasi parameter model. Model dinyatakan akurat apabila data verifikasi

mendekati data estimasi, walaupun data verifikasi sendiri tidak digunakan untuk membangun model dari parameter. Dalam statistic evaluasi ini dikenal sebagai validasi silang (*cross-validation*).

- Untuk menentukan jarak antara data yang diamati dengan data yang diprediksi (dari model) digunakan alat penilaian kecocokan model.
- Pada umumnya banyak alat matematik yang telah dikembangkan untuk menguji kecocokan model statistic daripada model yang mengandung persamaan diferensial. Alat uji statistic non parametric adakalanya digunakan untuk menguji apakah data cocok dengan distribusi yang telah diketahui atau yang akan diperoleh, dengan model umum yang diperoleh hanya menggunakan asumsi minimal tentang model matematik.
- **Pertimbangan filosofi:** Banyak tipe pemodelan yang secara implicit menyatakan kalim tentang kausalitas. Ini biasanya (tapi tidak selalu) benar untuk model yang mengandung persamaan diferensial. Sebagaimana maksud pemodelan adalah meningkatkan pemahaman tentang keadaan alamiah, validitas model tidak hanya bergantung pada kecocokannya dengan hasil pengamatan empiric, tapi juga pada kemampuan mengekstrapolasi situasi atau data di luar dari yang dideskripsikan dalam model tersebut.
- Model dapat menjelaskan atau memberikan keyakinan tentang sesuatu yang terjadi diluar dari yang diketahui secara langsung melalui pengamatan fenomena yang diteliti.

2.2.6. Klasifikasi model matematik

Banyak model matematik yang telah dikembangkan dan diaplikasikan pada berbagai bidang, namun pada dasarnya dapat diklasifikasikan sebagai berikut:

1. **Model linier vs nonlinier:** model matematik biasanya dibentuk oleh variable-variabel yang abstraksi atau kuantifikasinya berkaitan dengan system yang dikaji, serta operator yang menghubungkan variable-variabel tersebut seperti operator aljabar, fungsi, operator diferensial dst. Jika semua operator dalam model matematik berbentuk linier, maka model matematik tersebut didefinisikan sebagai model linier. Jika operator-operator tidak berbentuk linier maka model tersebut didefinisikan sebagai model non-linier. Pertanyaan linieritas dan non-linieritas bergantung pada konteks. Konteks yang hakikatnya adalah bersifat linier dapat saja diekspresikan dalam bentuk non linier. Sebagai contoh, dalam model linier secara statistic (*statistical linear model*), diasumsikan bahwa hubungan parameter berbentuk linier, tapi variable-variabel prediktornya dapat berbentuk non linier. Demikian halnya dalam persamaan diferensial, dinyatakan berbentuk linier jika operator diferensialnya berbentuk linier, akan tetapi dalam operator itu sendiri terkandung ekspresi yang tidak linier. Dalam model pemrograman

matematik, jika fungsi yang dimodelkan (*objective function*) dan gangguan (*constraints*) semuanya dinyatakan dalam persamaan linier, maka model tersebut adalah model linier. Jika satu atau lebih dari fungsi tujuan atau gangguan dinyatakan dalam bentuk persamaan non linier maka persamaan tersebut dinyatakan sebagai model non linier. Dalam system sederhana sekalipun, non linieritas berkaitan dengan fenomena seperti *chaos* dan tak terbalikan (*irreversibility*). Walaupun terdapat pengecualian, system dan model non linier lebih rumit dari system dan model linier. Pendekatan umum untuk masalah non linier adalah linierisasi, tapi dapat muncul permasalahan apabila aspek seperti ketak-terbalikan (*irreversibility*) sangat kuat menyebabkan non-linieritas.

2. **Model deterministic vs. probabilistik (stochastik):** model deterministic adalah model dimana setiap variable yang dikaji secara unik (*uniquely*) ditentukan oleh parameter-parameter dalam model dan oleh seperangkat keadaan sebelumnya dari variable yang bersangkutan. Perubahan kondisi variable secara unik oleh pengaruh parameter menunjukkan variabilitas variable yang nilainya tertentu atau pasti sebagai akibat perubahan tertentu dari parameter (input/independen). Nilai variable sebelumnya adalah kondisi atau nilai awal atau nilai batas tertentu, yang merupakan kondisi yang tidak dipengaruhi oleh perubahan dalam parameter.

Model stokastik menunjukkan sifat random, dan keadaan variable tidak dideskripsikan oleh nilai tunggal tapi berupa distribusi peluang.

Menurut Mummert (2010), model deterministic adalah model dimana input yang sama akan menghasilkan output yang sama. Hanya ketidak pastian dalam model deterministic yang disebabkan oleh variasi input. Model stokastik adalah model yang mengandung sifat acak (*randomness*) dan input yang sama tidak akan menghasilkan output yang sama.

3. **Model statik vs. model dinamik:**

Model static tidak berubah menurut waktu atau tidak terkait dengan perubahan waktu, sedangkan model dinamik adalah model yang bergantung atau berubah menurut waktu. Model dinamik secara tipikal direpresentasikan dalam bentuk persamaan diferensial.

4. **Model diskrit vs. Model Kontinu:** model diskrit tidak melibatkan perhitungan fungsi waktu dan biasanya menggunakan metode “*time-advance*”, berbeda halnya dengan metode kontinu. Model kontinu secara tipikal direpresentasikan dengan $f(t)$ dan perubahan-perubahan yang terjadi dalam interval waktu kontinu.

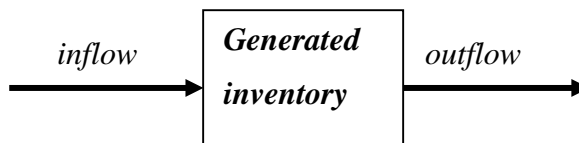
5. **Model deduktif, induktif atau mengambang (*floating*):** Model deduktif adalah model struktur logika yang berbasis pada teori. Model induktif berkembang dari penemuan-penemuan empiric dan generalisasinya. Model *floating* adalah model yang tidak berdasarkan teori maupun observasi, tapi

semata merupakan keyakinan (*invocation*) dari struktur yang diharapkan. Penerapan matematika dalam bidang social di luar ekonomi mengandung kekritisn terhadap tidak ditemukannya model. Aplikasi teori catastrophe dalam bidang sains telah dikarakterisasi sebagai model floating

2.2.7. Prosedur pemodelan matematik

Prosedur pemodelan matematik sautu system, secara garis besar meliputi tahapan sebagai berikut:

1. Tetapkan batas-batas system. Semua sistem fisis selalu berinteraksi dengan system lainnya, sehingga perlu ditetapkan batas-batas system sebelum kita membuat model matematik system yang bersangkutan. Dalam kebanyakan kasus, penetapan batas system dilakukan agak bersifat alamiah
2. Membuat asumsi-asumsi penyederhaan. Contoh kita mengasumsikan suhu dalam sebuah tanki, sama atau merata dimana-mana sehingga dipenuhi syarat kondisi homogen dalam tanki
3. Gunakan hukum kesetimbangan fisis dari system dan tetapkan kondisi-kondisi tambahan sesuai keadaan yang mungkin terjadi dalam system. Hukum kesetimbangan dapat dirumuskan sbb.:
Laju perubahan “*inventory*” dalam system sama dengan aliran masuk dikurangi aliran keluar ditambah laju *inventory* yang dihasilkan



Gambar 2.2. Skema “generated inventory” berdasarkan azas kesetimbangan

Inventory adalah istilah umum, yang dapat berbentuk akumulasi energi, massa, molekul, muatan listrik, momentum dalam sebuah system. Hukum kesetimbangan dapat dinyatakan secara matematis dalam bentuk:

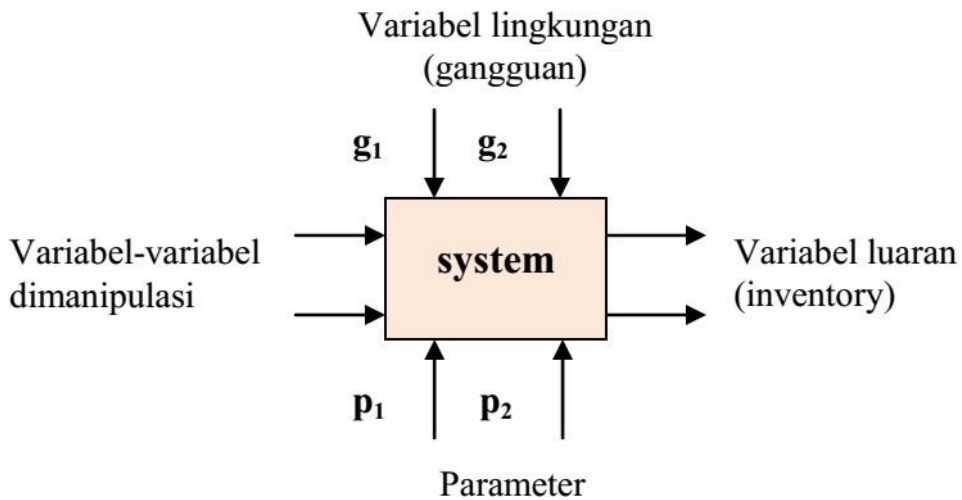
$$\frac{d(\text{inventory})}{dt} = \text{Inflows} - \text{Outflows} + \text{Generated}$$

Hukum kesetimbangan dapat dinyatakan dalam satu atau lebih persamaan diferensial karena unsur d/dt . Kita dapat menerapkan syarat tambahan terhadap model, misalnya menyatakan bahwa massa zat cair tidak negatif. Perhitungan jumlah atau kuantitas *inventory* dalam system diperoleh dengan mengintegalkn persamaan diferensial kesetimbangan :

$$\text{Inventory}(t) = \text{Inventory}(0) + \int_0^t \text{Inflows} - \text{Outflows} + \text{Generated } d\theta$$

Dimana $t = 0$ adalah waktu awal.

4. Gambarkan blok diagram memuat semua input, output dan parameter seperti Gambar 2.3.



Gambar-2.3. Blok diagram pemodelan matematik

Blok diagram dapat memperjelas model. Variabel input dibedakan atas variable yang dimanipulasi atau dapat disesuaikan (*adjustable*) yakni variable-variabel yang dimanipulasi untuk mengontrol system (misalnya daya untuk system pemanas), dan variable lingkungan yang tidak dapat dimanipulasi (misalnya suhu lingkungan) Dalam konteks system control, variable-variabel lingkungan biasanya dikategorikan sebagai variable gangguan

Parameter model adalah kuantitas dalam model yang secara tipikal (tapi tidak harus) memiliki nilai konstan, seperti kerapatan zat cair dan konstanta pegas. Jika parameter memiliki nilai yang bervariasi, maka parameter secara alternatif dianggap sebagai variable lingkungan. Untuk menyerhanakan blok secara keseluruhan, kita perlu memilih parameter-parameter tersebut.

5. Menyajikan model dalam bentuk yang menarik. Bentuk model yang paling umum adalah blok diagram, model keadaan (*state models*) dan fungsi-fungsi transfer (*transfer functions*). Pilihan bentuk model bergantung pada maksud pemodelan

Pemodelan matematik situasi nyata (menurut Mummert, 2010) meliputi tahapan:

1. Membuat daftar asumsi dan perilaku atau sifat yang hendak dipahami lebih seksama

2. Mengembangkan persamaan-persamaan matematik yang dapat menangkap asumsi-asumsi dan sifat-sifat problem dunia nyata, misalnya dalam bentuk system persamaan diferensial biasa
3. Mengevaluasi model (apakah model dapat menggambarkan situasi dunia nyata secara kurat)?

2.2.8. Keterbatasan dan sesatan dalam pemodelan

Dalam batasan yang lebih umum, ketidakpastian dan analisis sensitivitas menyelidiki kekokohan penelitian yang mencakup beberapa bentuk pemodelan statistik. Analisis sensitivitas berguna bagi pemodel komputer untuk berbagai tujuan (Pannell, 1997), termasuk:

- Dukungan pengambilan keputusan atau penyusunan rekomendasi bagi para pembuat keputusan (misalnya menguji kekokohan hasilnya);
- Meningkatkan komunikasi dari pemodel untuk para pengambil keputusan (misalnya dengan membuat rekomendasi yang lebih kredibel, dimengerti, menarik atau persuasif);
- Peningkatan pemahaman atau kuantifikasi dari sistem (misalnya pemahaman hubungan antara input dan variabel output), dan
- Model pengembangan (misalnya untuk mencari kesalahan dalam model).

Contoh: dalam setiap proses penganggaran selalu ada variabel yang tidak pasti. Tarif pajak dimasa mendatang, suku bunga, tingkat inflasi, jumlah pegawai, biaya operasional dan variabel lainnya mungkin tidak diketahui dengan tepat. Dalam keadaan demikian, analisis sensitivitas menjadi instrument yang sangat penting. Analisis sensitivitas menjawab pertanyaan, "jika variabel-variabel ini menyimpang dari harapan, efek apa yang akan terjadi pada, model sistem bisnis, atau apa pun yang sedang dianalisis?"

Masalah yang ditemui di bidang ilmu sosial, ekonomi atau alami mungkin memerlukan penggunaan model komputer, yang umumnya tidak secara langsung memberikan pengertian tentang hubungan antara faktor input (apa yang masuk ke model) dan output (variabel tergantung dari model ini). Sebuah model komputer didefinisikan oleh serangkaian persamaan, faktor input, parameter, dan variabel bertujuan untuk mengkarakterisasi proses yang sedang diselidiki.

Input tunduk pada banyak sumber ketidakpastian termasuk kesalahan pengukuran, tidak adanya informasi dan pemahaman yang tidak memadai atau bersifat parsial dari suatu proses atau mekanisme. Ketidakpastian ini memaksakan kita untuk menetapkan batas dalam respon atau output dari model. Selanjutnya, model mungkin harus mengatasi variabilitas intrinsik alami dari sistem, seperti terjadinya peristiwa stokastik.

Praktek pemodelan yang baik mensyaratkan bahwa modeler memberikan evaluasi kepercayaan dalam model, mungkin menilai ketidakpastian terkait dengan proses pemodelan dan dengan hasil dari model itu sendiri. Analisis ketidakpastian dan analisis sensitivitas merupakan alat atau instrumen yang valid untuk mengkarakterisasi ketidakpastian terkait dengan model. Analisis ketidakpastian mengkuantifikasi ketidakpastian dalam hasil model. Analisis sensitivitas memiliki peran komplementer yang dijamin oleh pentingnya kekuatan dan relevansi dari input dalam menentukan variasi pada output (Saltelli *et al.*, 2008). Dalam model yang melibatkan banyak variabel input, analisis sensitivitas menjadi unsur penting dari pembuatan model dan jaminan kualitas.

Kadang-kadang analisis sensitivitas memunculkan kejutan tentang topik atau masalah yang dikaji. Misalnya, dalam kajian pengambilan keputusan multi criteria (MCDM: *Multi Criteria Decision Making*) masalah bagaimana untuk memilih alternatif terbaik di antara sejumlah alternatif yang bersaing. Dalam keadaan demikian, pengaturan setiap alternatif dijelaskan dalam batasan seperangkat kriteria evaluatif. Kriteria ini berkaitan dengan bobot penting. Secara intuitif, orang dapat berpikir bahwa semakin besar bobot kriteria, semakin penting kriteria tersebut digunakan untuk digunakan. Pada kenyataannya, tidak akan selalu berlaku seperti ini. Hal penting dan menentukan untuk harus dipertimbangkan adalah kekritisitas dari kriteria tersebut. Kritis, berarti kriteria dengan perubahan kecil dalam bobotnya (dalam persentase), dapat menyebabkan perubahan signifikan pada solusi akhir. Ini adalah kriteria yang mungkin dimana bobot pentingnya yang agak kecil, menjadi jauh lebih penting dalam situasi tertentu daripada kriteria dengan bobot yang lebih besar. Artinya, analisis sensitivitas dapat menjelaskan isu-isu yang tidak dapat diperkirakan sebelumnya. Sifat kritis ini akhirnya secara dramatis dapat meningkatkan efektivitas studi awal dan membantu dalam keberhasilan implementasi solusi akhir.

Ada beberapa metode yang dapat digunakan dalam melakukan analisis ketidakpastian (UA) dan analisis sensitivitas (SA).

1. Metode-metode yang termasuk dalam klasifikasi lokal, seperti turunan sederhana dari output Y terhadap faktor input X_i :

$$\left| \frac{\partial Y}{\partial X_i} \right|_{\mathbf{x}^0}$$

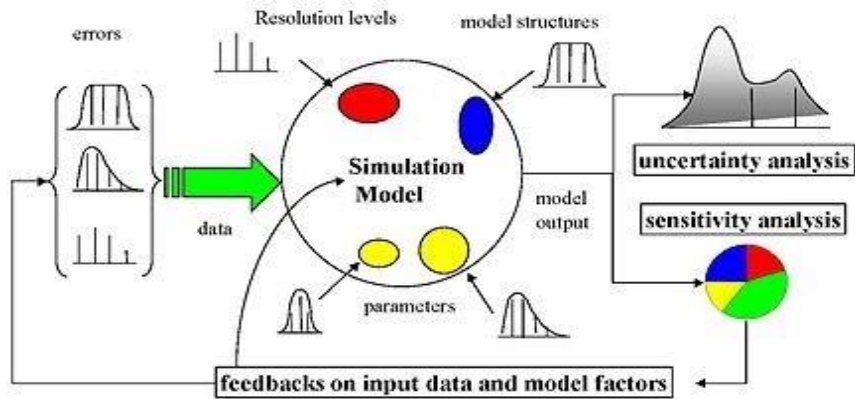
dimana subskrip \mathbf{x}^0 menunjukkan bahwa derivatif diambil di beberapa titik tetap pada ruang input.

2. Sampling berbasis sensitivitas adalah satu prosedur di mana satu model dieksekusi berulang kali untuk kombinasi nilai-nilai factor input yang diambil dari distribusi faktor input yang diasumsikan diketahui. Setelah sampel

diperoleh, beberapa strategi (termasuk scatterplots input-output sederhana) dapat digunakan untuk menurunkan (menghasilkan) sensitivitas faktor.

3. Metode berdasarkan emulator (misalnya Bayesian). Menggunakan metode nilai output Y , atau secara langsung nilai dari ukuran sensitivitas faktor X_i , diperlakukan sebagai proses stokastik dan diestimasi dari titik-titik data tersedia yang dihasilkan komputer.
4. Metode skrining. Metode ini adalah contoh khusus dari metode berbasis sampling. Tujuannya adalah untuk mengestimasi beberapa faktor aktif dalam model diantara banyak faktor. Salah satu metode skrining yang paling umum digunakan adalah metode efek dasar.
5. Metode berbasis varians. Metode ini mendekomposisikan ke dalam bagian-bagian yang dikontribusi factor individu ditambah bagian-bagian yang disebabkan interaksi antara faktor. Dekomposisi varians penuh hanya berarti ketika faktor-faktor input independen satu sama lain.
6. Representasi Model Dimensi Tinggi (HDMR = High Dimension Model Representation). Istilah ini dikemukakan Rabitz (dalam Winsberg, 2003) dan termasuk bentuk khusus dari metode berbasis varians. Dalam HDMR output Y dinyatakan sebagai kombinasi linear dari bagian-bagian yang secara dimensional meningkat.
7. Metode berdasarkan penapisan Monte Carlo. Metode ini juga berbasis sampling dengan tujuan mengidentifikasi daerah dalam ruang faktor-faktor input yang bersesuaian dengan nilai-nilai tertentu (misalnya tinggi atau rendah) dari output.

Skema analisis sensitivitas berbasisi sampling disajikan pada Gambar 2.4.



Gambar 2.4. Skema analisis sensitivitas berbasis sampling (sumber: Wikipedia).

Skema ideal memperlihatkan ketidakpastian yang timbul dari berbagai sumber: kesalahan dalam data, prosedur estimasi parameter, struktur model alternatif yang disebarkan melalui model untuk analisis ketidakpastian seangkan nilai penting relatifnya dikuantisasi melalui analisis sensitivitas.

Sering UA dan SA dilakukan bersama-sama (misalnya dalam sampling berbasis metode) dengan menjalankan model berulang kali untuk kombinasi nilai-nilai faktor sampling dari suatu distribusi probabilitas. Langkah-langkah yang dilakukan adalah sebagai berikut:

1. Menentukan fungsi target yang hendak dianalisis.
 - Komunikasi hasil analisis sensitivitas akan mudah jika target yang menjadi sasaran memiliki hubungan langsung dengan masalah yang ditangani oleh model.
2. Menetapkan fungsi kerapatan probabilitas untuk faktor-faktor yang dipilih.
 - Tahapan memunculkan pendapat ahli, adalah bagian yang paling memakan waktu dan mahal dari keseluruhan bagian analisis.
3. Membangun matriks input dengan yang didistribusi melalui desain yang tepat.
 - Sebagaimana lazimnya dalam disain eksperimental, desain yang baik untuk eksperimen numerik akan memberi efek maksimum untuk jumlah minimal titik yang dihitung.

4. Mengevaluasi model dan menghitung distribusi fungsi target.
 - Langkah ini merupakan bagian paling intensif dan paling memakan waktu dalam proses komputasi.
5. Pilih metode untuk menilai pengaruh atau kepentingan relatif dari setiap faktor input terhadap fungsi target.
 - Hal ini tergantung pada tujuan analisis, misalnya untuk penyederhanaan model, penentuan factor prioritas, pengurangan ketidakpastian, dll

2.2.9. Asumsi vs kesimpulan

Dalam analisis ketidakpastian dan analisis sensitivitas terdapat pertimbangan krusial antara mengeksplorasi asumsi-asumsi input dan seberapa luas kesimpulan yang dihasilkan. Intinya seperti digambarkan oleh Leamer (1990): saya telah mengusulkan suatu bentuk analisis sensitivitas terorganisasi yang saya sebut “analisis sensitivitas global” di mana asumsi alternatif yang berdekatan dipilih dan interval bersesuaian dengan kesimpulan diidentifikasi. Kesimpulan tersebut hanya dinilai tidak kokoh jika asumsi berdekatan tersebut cukup luas untuk dijadikan kredibel dan interval kesimpulan yang bersesuaian cukup sempit untuk digunakan.

Cara termudah untuk membatalkan model adalah menunjukkan bahwa model tersebut rentan terhadap ketidakpastian dalam asumsi atau menunjukkan bahwa asumsi tidak diambil 'cukup lebar'. Konsep yang sama diungkapkan oleh Jerome R. Ravetz, bahwa pemodelan yang buruk adalah ketika ketidakpastian di input ditekan menyebabkan output menjadi tak tentu.

2.2.10. Kesalahan/sesatan

Dalam analisis sensitivitas, kesalahan Tipe I adalah menilai penting faktor yang tidak penting sedangkan kesalahan tipe II adalah menilai tidak penting faktor yang penting. Kesalahan Tipe III berkaitan dengan analisis yang salah terhadap masalah, misalnya melalui spesifikasi yang salah tentang ketidakpastian input. Beberapa kondisi yang memungkinkan kita terperangkap dalam melakukan analisis sensitivitas adalah:

1. Ketidakjelasan tujuan analisis. Ketidak jelasan ini menyebabkan perbedaan pengukuran dan uji statistic yang diterapkan pada masalah dan peringkat faktor berbeda.
2. Terlalu banyak output yang dipertimbangkan. Hal ini mungkin dapat diterima untuk jaminan kualitas sub-model tetapi harus dihindari ketika menyajikan keseluruhan hasil analisis.
3. Sensitivitas sepenggal. Analisis sepenggal adalah analisis sensitivitas yang dilakukan pada satu sub-model pada suatu waktu. Pendekatan ini bersifat non konservatif karena akan mengabaikan interaksi antara faktor-faktor dalam sub-model yang berbeda (kesalahan Tipe II).

2.2.11. Konsep terkait.

Kembali ditekankan disini bahwa analisis ketidakpastian mempelajari keseluruhan ketidakpastian dalam pengambilan kesimpulan penelitian, sedangkan analisis sensitivitas mencoba untuk mengidentifikasi sumber yang bobot ketidakpastiannya paling besar mempengaruhi kesimpulan. Sebagai contoh, beberapa panduan pemodelan atau penilaian dampak, menjamin bahwa analisis sensitivitas merupakan alat untuk menjamin kualitas dari pemodelan/ penilaian.

Penataan masalah dalam analisis sensitivitas, memiliki kesamaan yang kuat dengan desain eksperimen. Dalam desain eksperimen seseorang mempelajari pengaruh beberapa proses atau intervensi (perlakuan) pada beberapa benda (unit eksperimental). Dalam analisis sensitivitas seseorang melihat efek dari berbagai input model matematika terhadap output. Dalam kedua disiplin ilmu seseorang berusaha memperoleh informasi dari sistem dengan percobaan fisik atau numerik minimum.

2.3. Deskripsi singkat kemanfaatan penerapan analisis sensitivitas

2.3.1. Lingkungan

Model lingkungan menggunakan komputer semakin meningkat, meliputi berbagai studi dan aplikasi. Sebagai contoh, model iklim global yang digunakan untuk prakiraan cuaca jangka pendek maupun perubahan iklim jangka panjang. Selain itu, model komputer semakin banyak digunakan untuk pengambilan keputusan masalah lingkungan berskala lokal, misalnya untuk menilai dampak limbah pabrik pengolahan air di aliran sungai, atau untuk menilai perilaku dan masa hidup bio-filter dalam air limbah yang terkontaminasi. Dalam kedua kasus ini, analisis sensitivitas dapat membantu memahami kontribusi dari berbagai sumber ketidakpastian terhadap ketidakpastian output model dan kinerja sistem secara umum. Dalam kasus ini (tergantung pada kompleksitas model), dianjurkan strategi pengambilan sampel yang berbeda dan indeks sensitivitas harus diperluas untuk mencakup analisis sensitivitas multivariat, efek heteroskedastic dan input yang berkorelasi (tidak independen).

2.3.2. Bidang Bisnis

Analisis sensitivitas di bidang bisnis antara lain bermanfaat untuk pengambilan kebijakan dalam pemecahan masalah, mengidentifikasi factor- faktor yang mempengaruhi pembiayaan dll. Hal-hal berkaitan dengan analisis sensitivitas di dunia bisnis a.l.:

- Untuk mengidentifikasi asumsi kritis atau membandingkan struktur model alternative
- Panduan pengumpulan data di masa mendatang

- Mendeteksi kriteria penting
- Mengoptimalkan toleransi bagian manufaktur dalam hal ketidak-pastian parameter
- Mengoptimalkan alokasi sumberdaya
- Model penyederhanaan atau model lumping, dll

Ada juga beberapa masalah yang terkait dengan analisis sensitivitas dalam konteks bisnis yakni:

- Variabel sering saling tergantung, sehingga analisis masing-masing variable menjadi tidak realistis, misalnya: mengubah salah satu faktor seperti volume penjualan, kemungkinan besar akan mempengaruhi faktor lain seperti harga jual.
- Sering asumsi yang menjadi landasan analisis menggunakan data/ pengalaman masa lalu yang tidak relevan untuk digunakan di masa mendatang.
- Menetapkan nilai maksimum dan minimum (atau optimis dan pesimis) bersifat terbuka terhadap interpretasi subjektif. Misalnya, perkiraan 'optimis' bagi seseorang tapi lebih konservatif bagi orang lain yang melihat bagian yang berbeda dari analisis. Subyektivitas Ini mempengaruhi ketepatan dan obyektivitas keseluruhan analisis.

Kinetika Kimia

Akumulasi pengetahuan tentang mekanisme kinetik dalam penyelidikan dan didukung kemajuan teknologi komputasi modern, meningkatkan pengembangan model kinetik kompleks sebagai alat prediksi dan sebagai alat bantu untuk memahami fenomena yang mendasarinya. Sebuah model kinetik biasanya digambarkan oleh seperangkat persamaan diferensial yang menyatakan hubungan konsentrasi-waktu. Analisis sensitivitas telah terbukti menjadi alat yang ampuh untuk menyelidiki model kinetik kompleks.

Parameter kinetika sering ditentukan dari data eksperimen melalui estimasi nonlinier. Analisis sensitivitas dapat digunakan untuk desain eksperimental yang optimal, misalnya penentuan kondisi awal, posisi pengukuran, dan waktu pengambilan sampel, untuk menghasilkan data informatif penting yang menjamin akurasi estimasi. Sejumlah besar parameter dalam model kompleks dapat menjadi kandidat, tetapi tidak semua dapat diestimasi. Analisis sensitivitas dapat digunakan untuk mengidentifikasi parameter yang berpengaruh yang dapat ditentukan dari data yang tersedia dengan membuang data yang tidak penting.

Pengaruh factor lingkungan terhadap metabolisme organisme

Natori and Porter (2007) melakukan analisis sensititas laju perubahan metabolisme dalam merespons perubahan variabel lingkungan menggunakan disain factorial: 12 variasi suhu, 8 variasi nilai kecepatan angin, 3 variasi

kelembaban relatif (50, 70, dan 90%), 5 variasi prosentase radiasi jatuh pada hewan terhadap radiasi maksimum siang hari yakni 893 W/m². Jika garis-garis kontur membentuk sudut yang lebih besar dengan sumbu, perhitungan energi lebih sensitif terhadap perubahan variabel pada sumbu itu. Kesimpulan hasil analisis, laju metabolisme adalah:

1. sangat sensitif terhadap variasi suhu udara secara umum kecuali untuk kondisi angin rendah dan intensitas radiasi surya yang tinggi.
2. menjadi lebih sensitif terhadap kecepatan angin apabila kecepatan angin rendah (0 - 2 m/s), terutama jika ada input energi cahaya
3. menjadi lebih sensitif terhadap kelembaban relatif jika kedua variable: kecepatan angin dan suhu udara tinggi,
4. menjadi kurang sensitif terhadap variasi radiasi matahari dengan meningkatnya kecepatan angin
5. menjadi sedikit lebih sensitif terhadap kelembaban relatif dengan meningkatnya kecepatan angin.

2.4. Beberapa Contoh Aplikasi dan Latihan Analisis Sensitivitas

Tujuan:

- Mahasiswa/pengguna memahami aspek praktis penggunaan analisis sensitivitas
- Mahasiswa/pengguna memahami penerapan prinsip-prinsip analisis sensitivitas berdasarkan komparasi dari beberapa contoh penerapan analisis sensitivitas
- Mahasiswa/pengguna memahami dan dapat mengembangkan konsep dasar analisis sensitivitas dalam permasalahan fisika sederhana dan kegiatan praktikum dasar
- Mahasiswa mampu mereviu pengembangan dan penerapan prinsip-prinsip analisis sensitivitas dan analisis ketidakpastian terkait materi pemodelan dalam beberapa artikel.

2.4.1. Aplikasi Analisis Sensitivitas dalam Disain Landscaping

Disain Landscaping (FDL), seperti danau dan vegetasi, memiliki dampak besar terhadap iklim mikro dan dianggap sebagai mekanisme efisien untuk pendinginan area pemukiman. Di daerah perkotaan, hilangnya vegetasi adalah factor utama penyebab pemanasan kota yang terletak di pulau kecil. Lingkungan dengan lebih banyak pohon dan dikelilingi oleh danau sepanjang

tahun lebih dingin dibandingkan dengan lingkungan dengan pohon yang jarang. Daerah pusat kota (*Downtown Area*) secara tipikal memiliki suhu terpanas karena didominasi oleh bangunan beton tinggi dan jarang vegetasinya.

Berbagai factor yang dihendaki untuk dipertimbangkan dalam penataan lingkungan perkotaan seperti peningkatan populasi penduduk, yang menyebabkan perubahan area hutan menjadi kota. Banyak efek samping muncul selama proses urbanisasi. Suhu udara di luar ruangan terlalu tinggi menyebabkan banyak kematian. Warga kota menetapkan standar tinggi untuk kualitas lingkungan pemukimannya. Di musim panas, mereka membutuhkan udara luar yang dingin dengan mengatur angin dan bayangan, sementara di musim dingin mereka menghendaki udara hangat dan tidak ada angin. Semua ini memerlukan arsitek dan desainer landscape untuk mengembangkan rancangan, tidak hanya berdasarkan tingkat keselamatan dan produktivitas tetapi juga kenyamanan termal. Melalui penataan bangunan, elemen lansekap, menanam pohon dan penataan bentang alam, kita dapat memodifikasi iklim dan mengoptimalkan kondisi untuk berada dalam zona kenyamanan manusia.

a. Ekperimen di lapangan

1) Deskripsi situs dan prosedur eksperimen

Penyelidikan eksperimental terintegrasi pada lingkungan termal kawasan pemukiman di Guangzhou, Cina dilakukan dari tanggal 19 sampai 24 Juli 2007. Kawasan pemukiman ini memiliki lebih dari 50 bangunan rumah independen dihuni lebih dari 5.000 keluarga. Luas daerah tapak adalah sekitar 220.000 m² dengan total area konstruksiluas lebih dari 500.000 m² (Gambar 2.5.a).

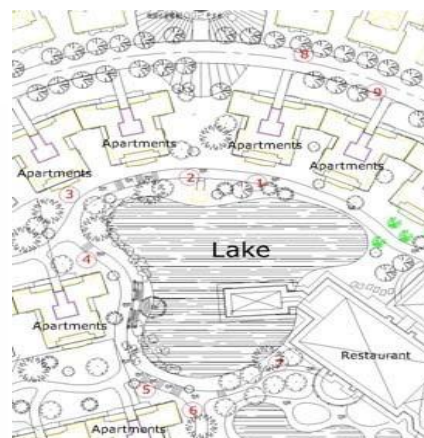
Dalam eksperimen, beberapa parameter lingkungan, termasuk suhu udara (T_a), kelembaban relatif (RH), angin kecepatan (v) dan suhu global (T_g), diukur di tempat yang berbeda (Gambar 2.5.b) dengan variasi jenis vegetasi dan material trotoar yang berbeda. Data logger yang dipasang pada area pedestrian dengan ketinggian 1.5m untuk secara otomatis memonitor suhu udara, suhu dan kelembaban global dari 10:00 pagi sampai 5:00 sore. Kecepatan angin diukur secara manual dalam selang waktu satu jam menggunakan anemometers kawat panas.

2) Hasil eksperimen dan analisis

Hasil pengukuran di lokasi penelitian ditunjukkan pada Gambar. 2.5. Data pada hari yang sama dengan hasil pengamatan diperoleh dari Ground Guangzhou Meteorologi Satelit Station, yang terletak di bagian pedesaan di Guangzhou, sekitar 13 km dari lokasi pengukuran. Data-data ini dianggap mewakili kondisi iklim makro (macroclimatic), sedangkan data yang diukur di lokasi mewakili data iklim mikro.



(a)



(b)

Gambar 2.5. Lokasi area pemukiman dan titik pengukuran

Perbandingan kedua set data, menunjukkan sedikit perbedaan (kurang dari $1\text{ }^{\circ}\text{C}$ untuk suhu udara dan 8% untuk kelembaban relative), seperti diperlihatkan pada Gambar 2.5.a dan 2.5.b. Lingkungan pemukiman memiliki suhu tinggi dan kelembaban lebih rendah dalam sebagian besar waktu. Hal ini disebabkan distribusi bangunan yang tertutup yang memblokir aliran udara panas dari lalu lintas yang sibuk dan bangunan komersial di luar pemukiman, sementara kepadatan bangunan rendah sebesar 27,8% dan persentase vegetasi yang tinggi sebesar 32,1% dapat mengurangi panas antropogenik dari apartemen dan radiasi matahari pada area pedestrian.

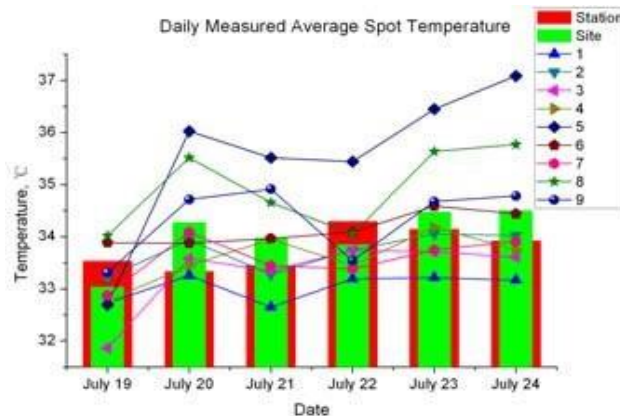
Secara umum, titik pengamatan no 5 memiliki suhu udara dan suhu global tertinggi, namun kecepatan angin paling rendah, karena pengaruh vegetasi, concrete pavements dan kondisi ventilasi alamiah yang buruk. Kondisi termal lingkungan termal disini, karena dekat dengan laut relative buruk dan tidak dapat member keuntungan dari sisi factor lanscaping secara keseluruhan. Titik No. 1, 2, 3 dan 7 yang sebagian atau secara keseluruhan dipengaruhi naungan vegetasi, memiliki suhu udara yang lebih rendah daripada stasiun cuaca, terutama titik 1 yang menunjukkan suhu paling rendah diantara semua titik, sepanjang periode secara keseluruhan.

Keempat parameter berikut ini dianalisis untuk mengkuantisasi efek faktor lansekap yang berbeda terhadap iklim mikro di pemukiman.

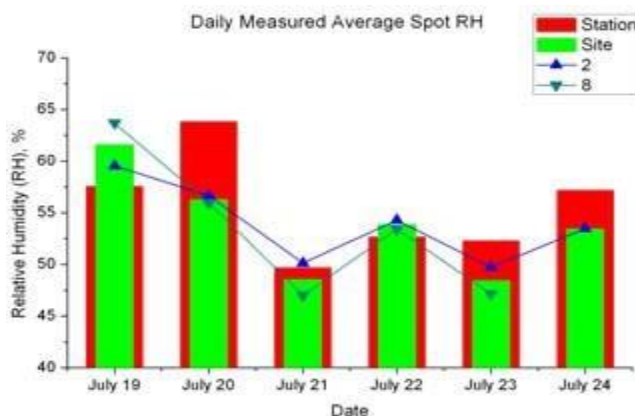
1) suhu udara (Gambar 2.6. a).

- a) Penguapan tubuh air. Suhu rata-rata spot di sepanjang danau (No. 1, 2) adalah $1,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ lebih rendah dari spot yang jauh dari danau (No 8, 9), namun, beda suhu maksimum yang tercatat antara spot-spot tersebut dapat mencapai $2,2\text{ }^{\circ}\text{C}$ pada siang hari. Frekuensi suhu tinggi ($> 35\text{ }^{\circ}\text{C}$) dari spot dekat danau rata-rata 25 % lebih rendah dsari spot yang jauh dari danau

- b) bayangan vegetasi. Dengan membandingkan suhu beberapa spot (2 vs 1, 8 vs 9 dan 4 vs 3), maka spot yang mendapat naungan vegetasi memiliki suhu udara 0,6 ~ 0,8 °C lebih rendah dengan frekwensi pencapaian suhu (> 35 °C), 20% lebih rendah.
- c) Suhu puncak. Spot dengan perkerasan beton (spot No 5), menunjukkan waktu pencapaian suhu puncak pada siang hari 1,5 jam lebih cepat dari spot dengan danau (No. 4, 5, 8) dan lebih dari 2 jam lebih awal disbanding spot di bawah naungan (No 1, 3, 9). Spot-spot tersebut menunjukkan nilai dari temperatur puncak 3 °C lebih rendah dari spot 5.



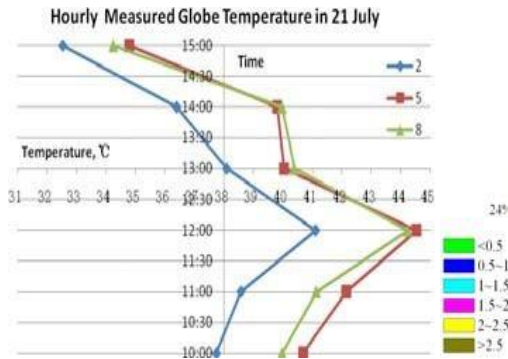
Gambar-2.6.a variasi suhu udara



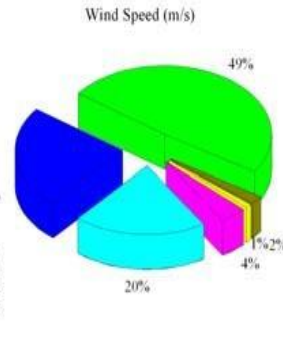
Gambar-2.6.b. Variasi kelembaban udara

- 2) Kelembaban (Gambar 2.6. b). Nilai-nilai kelembaban relative di spot 2 (spot dcekat danau) dan 8 (jauh dari danau) dekat satu sama lain. Hal ini menunjukkan bahwa badan air yang luas hanya dapat member penmgaruh terbatas terhadap tingkat kelembaban area pemukiman
- 3) suhu global (Gambar 2.6 c). Selama pengukuran ditemukan pola perubahan suhu global yang sama untuk spot yang berbeda (No.2, 5, 8). Semua nilai

max dicapai pada siang hari (12:00 atau 13:00). Namun, nilai yang diukur sangat berbeda antara spot ternaungi (No 2) dengan spot lainnya. Hal ini menunjukkan bahwa bayangan sangat penting untuk mengurangi radiasi matahari, dan jenis permukaan memiliki efek kecil pada suhu global.



Gambar 2.6.c



Gambar-2.6.d.

4) distribusi kecepatan angin (Gambar 2.6. d). Karena diversifikasi dalam kecepatan dan arah angin, hanya diukur rata-rata kecepatan selama 30 detik. Berdasarkan hasil penelitian, angin dengan kecepatan rendah, kurang dari 0,5 m/s atau disebut “*breeze*”, berlangsung selama 50% dari waktu periode percobaan. Ini berarti bahwa pejalan kaki tidak dapat merasakan gerakan udara di luar hampir sepanjang waktu. Akan tetapi, angin dengan kecepatan tinggi lebih dari 2 m/s hanya berlangsung selama 3% dari waktu pengukuran, menunjukkan bahwa lingkungan dalam pemukiman aman terhadap pengaruh angin.

b. Validasi dan Analisis Sensitivitas Simulasi ENVI-MET

1) Asesmen validasi simulasi ENVI-met in hot-humid area, China

Perangkat lunak ENVI-met adalah model non-hidrostatik tiga dimensi untuk simulasi interaksi permukaan-tanaman-udara di lingkungan perkotaan. ENVI-met telah banyak digunakan dalam desain berbantuan komputer dan evaluasi berbagai kasus perencanaan kota. Namun, untuk memastikan perangkat lunak ini dapat diterapkan pada analisis sensitif dimasa mendatang dan penelitian lain di bidang hot-humid climate, perlu dilakukan penilaian validasi. Melalui penilaian validasi, diuji iteratif dan konvergensi jaringan. Kemudian, hasil ENVI-met dibandingkan dengan data eksperimen yang dijelaskan di atas. Hal ini menunjukkan bahwa, dalam ketidakpastian data eksperimen ($\pm 0,7$ °C suhu udara, $\pm 5\%$ RH), hasil simulasi memenuhi data yang diukur pada kebanyakan spot.

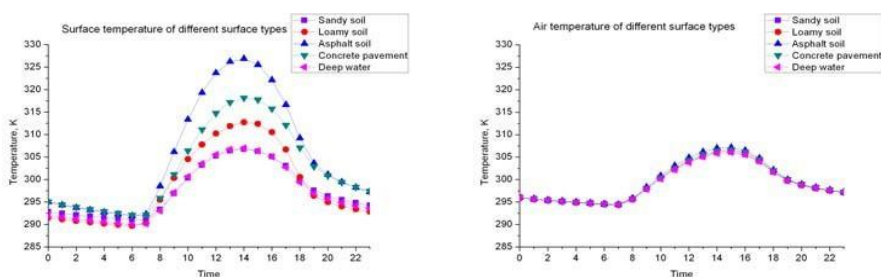
2) Analisis sensitivitas factor-faktor landscaping

Untuk menjelaskan efek dari faktor lansekap yang berbeda terhadap lingkungan termal luar ruangan, digunakan model ENVI-bertemu yang telah divalidasi untuk melakukan analisis sensitif. Seluruh cakupan hasil simulasi diperlihatkan pada Gambar 2.6.a s/d Gambar 2.6.d.

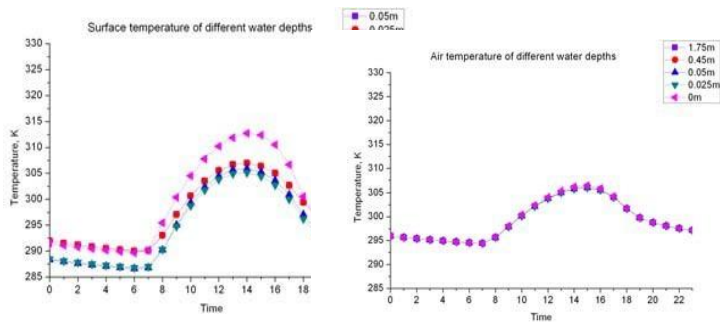
- 1) Jenis permukaan (Gambar 2.7.). Lima jenis permukaan disimulasikan. Hasil simulasi menunjukkan bahwa permukaan dengan bahan berbeda memiliki suhu permukaan berbeda, namun suhu udaranya sama. Seperti diperkirakan, jalan aspal dengan kapasitas panas volumetrik yang besar dan konduktivitas panas rendah menunjukkan suhu permukaan tertinggi.
- 2) Kedalaman air (Gambar 2.8). Lima variasi kedalaman danau antara 0 m hingga 1.75 m disimulasikan. Hasil simulasi menunjukkan, bahwa pengaruh kedalaman air terhadap suhu udara kecil.
- 3) jenis vegetasi (Gambar 2.9.). Tiga jenis vegetasi disimulasikan. Dibandingkan dengan tanah berpasir tanpa vegetasi, rumput memberikan pengaruh yang sangat kecil terhadap suhu udara dan suhu permukaan, akan tetapi pohon dengan ketinggian 10 m dan tajuknya padat sangat signifikan mereduksi suhu.

c. Kesimpulan

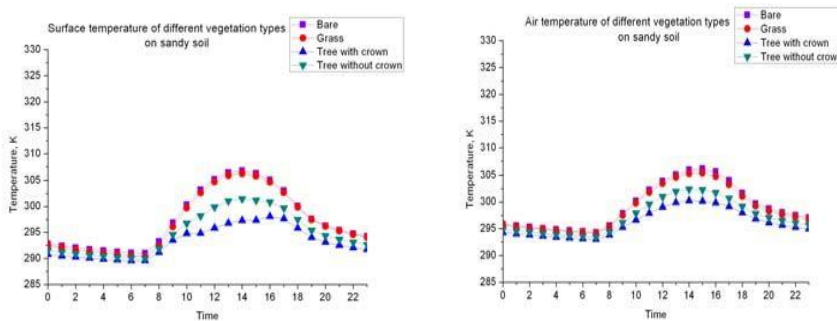
- a. Kelembaban di daerah hot-humid Cina, tidak memperoleh kemanfaatan yang lebih banyak dari evaporasi danau dan transpirasi dari tumbuh-tumbuhan. Akan tetapi, kedua efek ini secara signifikan mengurangi suhu rata-rata dan suhu puncak, sehingga meningkatkan kualitas lingkungan termal.
- b. Perlu perhatian tambahan dalam memilih jenis pohon dan posisi tanaman. Pohon besar dengan tajuk yang selalu hijau dan kerapatan daun yang tinggi (LAD), dapat memblokir angin yang melintasi gedung yang tidak terdapat tanaman
- c. Dibutuhkan penelitian lebih lanjut tentang optimasi prosedur desain lansekap yang masih diperlukan, terutama untuk menjamin kenyamanan di luar ruangan dan sistem rating secara keseluruhan dalam desain perkotaan.



Gambar 2.7. Analisis sensitivitas jenis permukaan



Gambar 2.8. Analisis sensitivitas kedalaman air



Gambar-2.9 Analisis sensitivitas tipe vegetasi di atas tanah berpasir

2.4.2. Aplikasi Analisis Sensitivitas dalam Model Energetika

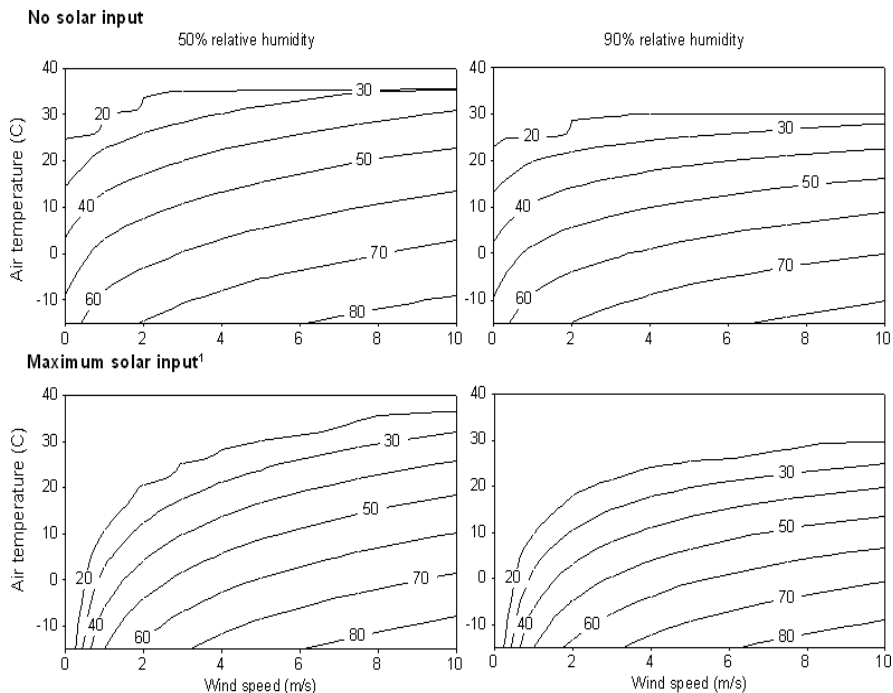
Kami menguji sensitivitas model energetika terhadap pengaruh suhu udara, kecepatan angin, kelembaban relatif, dan radiasi matahari dalam analisis sensitivitas rancangan faktorial. "Sensitivitas," diartikan sebagai laju perubahan metabolisme dalam merespons perubahan variabel lingkungan. Kami menggambarkan efek variasi dalam variabel lingkungan dan mengidentifikasi kondisi di mana variabel-variabel tertentu memiliki efek yang kuat atau lemah dalam menentukan output model.. Dalam hal ini laju metabolisme.

Kami menguji sensitivitas model energetika terhadap variabel lingkungan yang diperkirakan paling bervariasi: suhu udara, kecepatan angin, radiasi matahari, dan kelembaban relatif. Mengetahui bagaimana tingkat metabolisme merespon perubahan kondisi lingkungan di kasus terkontrol membantu menginterpretasikan hasil dari kondisi lingkungan nyata. Analisis ini memiliki desain faktorial yang melibatkan:

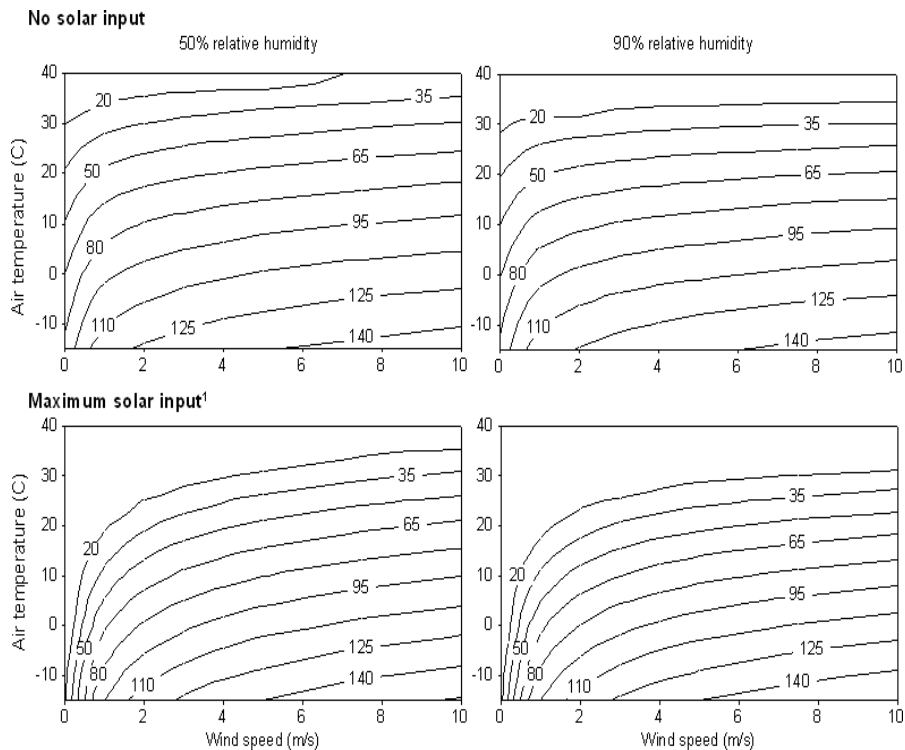
- 12 variasi nilai suhu udara dengan kenaikan 5 °C, mulai dari -15 °C hingga +40 °C

- 8 variasi nilai kecepatan angin (0.0, 1.0, 2.0, 3.0, 4.0, 5.0, 7.5, dan 10.0 m / s)
- 3 variasi kelembaban relatif (50, 70, dan 90%);
- 5 variasi prosentase radiasi matahari yang jatuh pada hewan (0, 25, 50, 75, dan 100%), terhadap radiasi maksimum siang yakni, 893 W/m² pada bulan Juni, di stasiun cuaca Takada, Niigata, yang dihitung dalam model iklim mikro).

Kami memilih nilai-nilai ini untuk mencakup berbagai kondisi lingkungan. Untuk analisis sensitivitas kita mengatur suhu permukaan tanah sama dengan suhu udara, dengan demikian, kondisi simulasi mirip dengan dalam ruang metabolik, dalam vegetasi, atau di bawah langit berawan. Simulasi dijalankan dengan asumsi musim dingin (Gambar 2.10.a) dan musim panas (Gambar. 2.10.b). Gambar-gambar hanya menyajikan nilai-nilai ekstrim untuk kelembaban relatif dan radiasi surya karena penyajian nilai menengah tidak akan menambahkan lebih banyak informasi untuk diskusi. Jika garis-garis kontur membentuk sudut yang lebih besar dengan sumbu, perhitungan energi lebih sensitif terhadap perubahan variabel pada sumbu itu.



Gambar. 2.10.a. Analisis sensitivitas laju metabolisme basal (dalam W) dari serow Jepang dengan musim dingin.



Gambar 2.10.b. Analisis sensitivitas laju metabolisme basal (dalam W) dari serow Jepang musim panas.

Dengan demikian, analisis sensitivitas menunjukkan bahwa, dalam menentukan laju metabolisme, model:

- sangat sensitif terhadap variasi suhu udara secara umum kecuali untuk kondisi angin rendah dan intensitas radiasi surya yang tinggi.
- menjadi lebih sensitif terhadap kecepatan angin apabila kecepatan angin rendah (0 - 2 m/s), terutama jika ada input energi cahaya
- menjadi lebih sensitif terhadap kelembaban relatif jika kedua variable: kecepatan angin dan suhu udara tinggi,
- menjadi kurang sensitif terhadap variasi radiasi matahari dengan meningkatnya kecepatan angin
- menjadi sedikit lebih sensitif terhadap kelembaban relatif dengan meningkatnya kecepatan angin.

2.4.3. Analisis sensitivitas untuk retensi agregat hutan

Abstrak

Retensi agregat sekarang menjadi metode umum regenerasi panen dalam ekosistem hutan yang dikelola untuk tujuan pemanfaatan kayu dan ekologi. Jika agregat residual hutan adalah untuk melayani dan sebagai tempat berlindung

sementara untuk spesies sensitif terhadap gangguan atau tekanan lingkungan, kondisi iklim mikro harus mampu menyangga keberadaan spesies terhadap tekanan tersebut. Pada agregat hutan berukuran 1-ha di tiga lokasi percobaan di bagian barat Washington, kami menghitung gradien spasial iklim mikro (cahaya, udara dan suhu tanah, dan kelembaban tanah), pengaruh aspek tersebut, gradien, dan bagaimana iklim mikro dibandingkan dengan kondisi di daerah berdekatan dimana hutan yang tidak terganggu (sebagai kontrol).

Ketersediaan cahaya dan suhu lebih besar di tepi, namun menurun dengan bertambahnya dari tepi ke dalam hutan. Perubahan paling signifikan terjadi pada jarak 20 m dari tepi. Di luar jarak ini, cahaya umumnya menurun sama dengan yang diamati dalam kontrol. Suhu tanah menunjukkan variasi spasial yang lebih besar dan menjadi stabil pada jarak jauh dari tepi (10-30 m). Suhu udara pada lokasi penelitian umumnya lebih tinggi dibandingkan dengan kontrol. Kelembaban tanah tidak menunjukkan tren tata ruang dan adalah sebanding antara agregat, luas panen, dan kontrol. Efek cahaya dan suhu udara yang kuat terjadi di sekitar tepi, terutama pada jarak 15 m dari tepi, bergantung struktur hutan. Jika kerapatan pohon rendah, maka gradien iklim mikro kurang curam. Perbandingan dengan penelitian sebelumnya menunjukkan bahwa efek iklim mikro bersifat konsisten, di sebagian posisi terjadi penurunan di antara beberapa kelompok tanaman vaskular dan non-vaskular, namun penurunan ini bergantung pada kondisi lingkungan tepi (5 – 10 m). Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa untuk agregat hutan 1-ha, cahaya, suhu, dan kelembaban tanah sebanding dengan hutan yang terganggu.

Pertanyaan untuk didiskusikan:

- Berdasarkan variable iklim mikro, area manakah yang paling sensitive dalam hutan, jika diambil transek memotong tepi hutan, dari lingkungan berbatasan ke bagian dalam (interior) hutan?
- Apakah sensitivitas iklim mikro di sekitar tepi hutan dipengaruhi oleh lebar hutan? Jelaskan
- Apakah sensitivitas iklim mikro di sekitar tepi hutan dipengaruhi oleh struktur hutan (misalnya adanya tambalan dan fragmentasi?)

2.4.4. Penerapan analisis sensitivitas iklim mikro karena variasi kondisi lingkungan

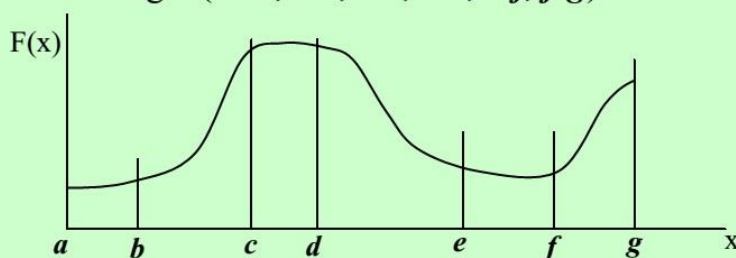
Makalah ini menggambarkan pendekatan metodologis statistik untuk perbandingan iklim mikro. Metode ini dikembangkan sebagai alat untuk memilih iklim mikro sebagai parameter. Dalam penerapan ini, metode

penentuan sensitivitas iklim mikro tidak dimaksudkan untuk digunakan mengidentifikasi kondisi-kondisi khusus seperti kondisi-kondisi yang berbahaya. Metode yang diusulkan didasarkan pada bukti eksperimental yang menunjukkan bahwa sensitivitas terhadap fluktuasi lingkungan dapat berbeda dari objek ke objek, tergantung pada parameter fisik.. Beberapa benda dapat dipengaruhi oleh fluktuasi iklim mikro namun tidak signifikan untuk benda lainnya.

Parameter yang diadopsi dalam pekerjaan ini adalah keseimbangan kadar air, yang merupakan nilai ekuilibrium bahwa obyek kayu akan cenderung mempertahankan diri di bawah suhu yang stabil dan nilai-nilai kelembaban relatif untuk jangka waktu yang panjang. Hal Ini dianggap sebagai potensi karena sesungguhnya kondisi tersebut tidak pernah tercapai dalam iklim mikro yang berfluktuasi. Metodologi ini didasarkan pada dua bagian. Pertama, menggambarkan dengan cara matematis sederhana bagaimana pengaruh iklim dialami objek dengan kepekaan yang berbeda. Kedua, menganalisa jarak antara data iklim yang berbeda menggunakan teknik matematika yakni analisis komponen utama, sesuai dengan sensitivitas objek yang telah ditetapkan sebelumnya. Sebagai uji metode yang diusulkan, dilakukan analisis empat studi kasus iklim mikro yang berbeda iklim mikro dan hasilnya dijelaskan.

Pertanyaan untuk didiskusikan:

- Jelaskan pentingnya analisis sensitivitas terhadap data awal untuk menjadi acuan terhadap pengukuran secara detail data variable penelitian
- Berikan penjelasan tentang pernyataan: analisis sensitivitas dapat membantu dalam mengidentifikasi titik kontrol kritis, memprioritaskan pengumpulan data, dan verifikasi dan validasi model, jika anda menggunakan metode grafik.
- Untuk grafik $F(x)$ berikut ini jelaskan pertimbangan banyaknya data yang harus diambil pada setiap rentang x ($a-b$, $b-c$, $c-d$, $d-e$, $e-f$, $f-g$):



Pertanyaan (lanjutan):

- Apakah interval sampling pengambilan data (Δx) harus sama sepanjang x untuk kondisi data seperti di atas?. Jika dapat berbeda, pada bagian mana Δx harus lebih kecil?
- Dari data grafik di atas, apa keuntungan penggunaan analisis sensitivitas apabila anda memiliki data awal yang diplot dalam grafik?
- Jika anda memiliki fungsi atau model matematik yang dibangun dari data, berbentuk: $F(x) = e^{k_1 - k_2 x}$ dimana $F(x)$ adalah variable yang berubah menurut jarak x , k_1 dan k_2 adalah konstanta, tentukan pada jarak berapa dari titik acuan $x=0$, anda tidak perlu lagi melakukan pengukuran,
- Jelaskan keuntungan penelitian/pengukuran di lapangan jika anda telah memiliki data acuan dan menggunakan analisis sensitivitas terhadap data tersebut sebelum melakukan penelitian?

2.4.5. Pendekatan teoritik analisis sensitivitas pengaruh factor eksternal iklim mikro rumah kaca

Abstrak:

Pengendalian dan pengelolaan iklim mikro di dalam rumah kaca saat ini dimungkinkan karena ketersediaan sensor elektronik untuk mendeteksi pertumbuhan. Dalam pengendalian, produsen harus hati-hati mengevaluasi tidak hanya aspek yang berbeda yang terlibat dalam desain rumah kaca, seperti bahan, tetapi juga daerah geografis di mana rumah kaca akan ditempatkan. Secara khusus, produsen rumah kaca perlu sepenuhnya mempertimbangkan semua komponen pengendalian lingkungan agar sesuai desain mereka untuk daerah-daerah iklim yang berbeda. Upaya ini penting untuk menghindari efek yang tidak perlu terjadi dalam penyesuaian iklim mikro terhadap pemanasan atau pendinginan. Dalam menentukan aspek-aspek ini, beberapa alat bantu dikembangkan dan digunakan oleh para desainer, diantaranya Compu \rightarrow

Dinamika Fluida vegetasi (CFD). Kami melakukan simulasi CFD dengan suhu yang dapat dirasakan secara fisiologis dan nilai-nilai kecepatan udara rumah kaca pada kondisi batas yang berbeda. Dua variasi atau konfigurasi pembukaan jendela konfigurasi dianggap ($0 - 30^\circ$ dan $10 - 20^\circ$ dinyatakan sebagai derajat pembukaan jendela) dengan mempertimbangkan efek gabungan dari bukaan bawah angin dan kecepatan angin bertiup. Sumbu longitudinal rumah kaca diambil normal terhadap arah angin, sehingga pembukaan atap menggunakan kombinasi *set-up* berbeda. Situasi eksternal yang digunakan untuk simulasi adalah mewakili kondisi musim dingin di Italia utara. Kecepatan angin diukur untuk dua nilai (2 dan 4 m s^{-1}) dan dua suhu udara luar ruangan diukur pada -2 dan 7°C yang digunakan mempertimbangkan suhu titik set dalam ruangan dari 16°C . Tujuan dari pekerjaan ini adalah untuk memberikan analisis statistik untuk setiap sel dalam rangka mengevaluasi pengaruh faktor eksternal terhadap pembukaan jendela yang diukur pada variabel suhu udara, kelembaban, kecepatan angin, yang memiliki dampak terbesar pada kondisi iklim internal rumah kaca.

2.4.6. Sensitivitas perubahan ekosistem (Net Ecosystem Exchange – NEE) terhadap perubahan kelembaban tanah

Analisis Sensitivitas

Dalam tulisan ini digunakan beberapa singkatan dan symbol sebagai berikut:

NEE = Net Ecosystem Exchange (perubahan ekosistem bersih)

PP = lokasi pengamatan di perkebunan pinus Loblooy

HW = lokasi pengamatan pada hutan kayu yang didominasi
pohon ek-hickory matang

PAR = Photosynthetically Active Radiation (radiasi fotosintetis
aktif)

LAI = Leaf Area Index (indeks luas daun).

θ = kelembaban tanah volumetrik

Analisis sensitivitas yang kami lakukan menunjukkan bahwa penyelesaian dinamika temporal semua variable input pada dua ekosistem mungkin tidak diperlukan untuk memodelkan respon spektral luas NEE. Misalnya, pada skala waktu yang lebih besar dari empat hari, variabilitas NEE di PP dapat dijelaskan oleh variabilitas dalam VPD, θ dan LAI saja, tanpa variabilitas dalam PAR. Model NEE di HW umumnya memadai untuk penyederhanaan VPD, θ dan PAR pada waktu lebih lama dari skala mingguan. Ekosistem PP relatif lebih sensitif terhadap pengaruh hidrologi (dalam hal ini terkait variable VPD dan θ).

Meskipun HW dan hutan serupa ditemukan relatif sensitif terhadap pengaruh hidrologi, PP ditemukan menjadi sangat sensitif terhadap variabel-variabel tersebut (Oren *et al* 1998,. Oren dan Pataki 2001, Pataki dan Oren 2003). Penelitian tersebut menunjukkan peningkatan NEE di PP sensitif terhadap θ pada skala waktu lebih lama dari HW, dan analisis lebih lanjut dapat memperjelas respons tersebut. Nilai θ yang diukur tidak pernah kurang dari nilai θ_R selama tahun basah (2000 dan 2003). Pada ekosistem yang masih baik. selama periode dengan PAR tinggi ($> 1200 \text{ mol m}^{-2} \text{ s}^{-1}$) (bulan Mei-Agustus tahun 2001 sebagai puncak musim tanam, dan terjadi kekeringan ringan nilai θ_R di PP adalah $0,17 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ di PP sedangkan di HW $0,16 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$ di HW. Pada keadaan sebaliknya (basah) parameter model untuk menyederhanakan analisis sensitivitas, cocok untuk seluruh data set. Untuk periode dimana kekeringan parah (tahun 2002), gc di PP sedikit lebih sensitif terhadap θ ($\theta_R = 0.19 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$), sedangkan θ_R pada HW tidak berubah. Sesatan parameter berkisar pada besaran $0.005 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$. Untuk nilai parameter yang berkisar pada angka tersebut, ($\theta_R = 0,19 - 0,20 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$) disimpulkan bahwa sensitivitas sedikit berbeda pada rumput yang ada di sekitar PP dan HW (Lai dan katul 2000, Novick *et al.* 2004). Di PP penggunaan air membutuhkan waktu yang lebih lama pada periode $\theta < \theta_R$, dibandingkan dengan HW. Hal ini mengakibatkan sensitivitas yang diamati untuk θ pada skala waktu bulanan dan mingguan di PP dan HW, berbeda.

Pada tahun 2001, nilai θ kurang dari θ_R dengan selisih sebesar 40% dari periode PAR tinggi di PP, tetapi hanya 10% dari waktu di HW (83/808). Selama kekeringan tahun 2002, θ adalah kurang dari θ_R selama hampir seluruh puncak musim tanam di PP (93%, 676/727), tetapi kurang dari setengah waktu di HW (46%, 444/968). Ini berarti variabilitas dalam periode pengaruh HW untuk θ pendek selama musim kemarau, dijelaskan oleh Model analisis sensitivitas terpadu. Selama setahun, terdapat perbedaan-perbedaan kecil dalam rata-rata θ antara PP dan HW (Palmroth *et al.* 2005), namun keragaman θ telah berbeda sementara konsekuensi untuk NEE dalam upaya pemodelan ekosistem harus mencerminkan peran sentral variabilitas hidrologi dari siklus C terestrial dalam ekosistem. PP sensitif terhadap konstanta V_{cmax} ecosystem pada skala waktu tahunan dan untuk waktu yang lebih lama, mencerminkan pentingnya menganalisis dinamika respon daun.

Pertanyaan untuk didiskusikan:

- Apakah sensitivitas perubahan temporal keadaan suatu obyek terhadap dua variabel dapat bervariasi menurut skala waktu, misalnya mingguan atau bulanan dst?
- Faktor apakah yang menyebabkan perbedaan sensitivitas hutan atau rumput terhadap perubahan kelembaban tanah?
- Apakah penambahan jumlah variabel input dapat meningkatkan sensitivitas suatu obyek terhadap variabel input tertentu?

Sensitivitas HW terhadap pemodelan V_{cmax} musiman untuk beberapa species pohon di lokasi HW, menunjukkan variasi yang besar dari parameter ini akibat penambahan ukuran daun, dan penuaan sepanjang musim tanam. Penyederhanaan profil temporal dan spasial LAD tidak bersesuaian dengan spektral, dan hasil ini sangat jelas pada HW, di mana struktur kanopi beragam membuat setiap model spasial tak dapat dipahami dari penyederhanaan LAD. Penyederhanaan untuk profil kanopi pohon muda di PP lebih tidak jelas dibandingkan menggunakan LAD. Jika kontribusi daun muda pada area hutan pohon pinus loblolly diabaikan, dengan asumsi bahwa semua daerah kanopi aktif, maka NEE menjadi berlebihan. Tambahan prosedur terhadap model Ac *multilayer* ke dalam fungsi transfer model, mungkin tidak diperlukan untuk mereplikasi variabilitas NEE. Disini, sebagian besar LAI bersifat dinamik, sehingga dapat mendominasi bentuk profil LAD yang sesungguhnya. Singkatnya, komponen Ac model NEE umumnya sesuai untuk penyederhanaan struktur kanopi dan biokimia. Kita dapat merangkum analisis sensitivitas dengan mengidentifikasi skala waktu termasuk variabilitas dari variabel-variabel yang mengendalikan lingkungan, khususnya yang mempengaruhi respon spektral. Model RE yang diuji di sini umumnya membutuhkan perbaikan, misalnya dengan menggunakan nonstasioner parameter. Dalam banyak kasus, penambahan lebih banyak variabel dan parameter belum tentu cocok meningkatkan spectral model NEE.

Pertanyaan untuk didiskusikan:

- Apa sebab perubahan kondisi kanopi terdeteksi pada perubahan sensitivitas spectral?
- Apa pengaruh tidak homogenya kerapatan kanopi terhadap respons spectral suatu ekosistem
- Jelaskan mengapa model spasial ekosistem hutan menjadi tidak atau kurang valid akibat variabilitas kanopi
- Apakah model sensitivitas spectral NEE dapat mengkarakterisasi ekosistem hutan
- Apakah model sensitivitas spectral NEE dapat digunakan sebagai indikator pengaruh perubahan lingkungan terhadap ekosistem hutan?:

Analisis sensitivitas variabel iklim mikro dan pengaruhnya terhadap tanaman dalam rumah kaca

Tulisan ini membahas aturan analisis perubahan dan distribusi iklim mikro di rumah kaca seperti suhu udara, kelembaban dan suhu tanah pada variasi cuaca (musim dingin dan musim semi), dengan menggunakan data yang diamati di rumah kaca dengan tanaman mentimun di provinsi Shandong Shouguang dari tahun 2007 hingga 2010. Metode statistik digunakan untuk memilih faktor- faktor untuk perkiraan dan mensimulasikan model untuk perkiraan suhu hari berikutnya (menurut bulan berbeda, kondisi cuaca yang berbeda dan waktu yang berbeda dalam sehari). Hasil simulasi menunjukkan bahwa model ini cukup baik sepanjang bulan, kecuali untuk bulan April. Uji model untuk memperkirakan suhu di rumah kaca dengan data yang diamati dan ramalan cuaca Februari sampai Mei di 2010, menyimpulkan bahwa model dapat digunakan untuk perkiraan pada bulan berikutnya.

Pertanyaan untuk didiskusikan

- Dapatkah hasil analisis sensitivitas model (yang dikembangkan dari data empiric) dijadikan dasar untuk merekomendasi kondisi yang bersifat berulang pada waktu berikutnya? Jelaskan.
- Dapatkah analisis sensitivitas digunakan untuk menentukan waktu optimal terjadinya perubahan variable-variabel yang secara temporal bergantung pada penyinaran matahari
- Apa keunggulan menggabungkan metode statistic dalam penentuan perubahan sebuah variable dengan analisis pemodelan data awal untuk mengukur dan menganalisis hasil penelitian perubahan variable tersebut?

Analisis sensitivitas untuk estimasi Leaf Area Index (LAI)

Abstrak

Dalam penelitian ini dilakukan analisis dan perbandingan koreksi nilai LAI terhadap inversi pengukuran radiometrik kanopi, menggunakan Analyzer Canopy Li-Cor LAI-2000 dengan Decagon Ceptometer AccuPar (a linear kuantum probe). Data lapangan dikumpulkan dari 34 lokasi pada bagian dalam hutan di Alaska. Uji sensitivitas dilakukan untuk memperkirakan pengaruh berbagai kondisi pengukuran terhadap pembetulan nilai radiometrik. Respons LAI diperkirakan memiliki nilai-nilai yang berbeda dari parameter teoritis dalam algoritma pencarian. Ketidakpastian dalam tingkat radiasi masuk diperbesar oleh pengambilan LAI, yang berarti bahwa kesalahan kecil dalam pengukuran ini secara signifikan mempengaruhi perkiraan LAI. Perubahan sudut zenith matahari selama waktu akuisisi data yang panjang juga memberikan kontribusi terhadap kesalahan. Faktor yang paling penting untuk mengontrol kualitas pengukuran lapangan adalah radiasi sudut datang dan zenith matahari.

Pertanyaan untuk didiskusikan:

- Mengapa sudut datang dan zenit matahari sangat penting sebagai factor input dalam pengambilan data dan analisis LAI?
- Bagaimanakah teknisnya di lapangan untuk dapat menjamin validitas data yang berubah secara temporal karena perubahan elevasi matahari?

Serangkaian tes sensitivitas menunjukkan bahwa nilai-nilai ekstrim distribusi sudut daun bisa mengubah perkiraan LAI, tapi pengukuran multi-sudut menunjukkan hasil yang konsisten dengan distribusi sudut daun. Metode alternatif yang diambil dari literatur pasca-pengolahan data dari dua instrumen, menghasilkan hasil yang sama untuk LAI-2000, namun hasil yang sangat berbeda untuk AccuPar Decagon. Retrievals dari dua instrumen memiliki koefisien korelasi $r = 0,88$ ($P < 0,01$). Perjanjian itu jauh lebih baik untuk tegakan aspen ($r = 0,85$, $P < 0,01$, $N = 43$) dibandingkan cemara ($r = 0,56$, $P < 0,05$, $N = 22$). Beberapa variabilitas disebabkan heterogenitas spasial dalam tegakan, kanopi cemara sangat jarang. Secara keseluruhan, hasil kami menunjukkan retrievals yang kuat, dan sebagian besar sebanding antara instrumen rentang kondisi pengukuran, disediakan variabilitas dalam kondisi pengukuran memadai ditandai.

Pertanyaan untuk didiskusikan:

- Berdasarkan perbedaan hasil uji sensitivitas pada tegakan aspen dengan cemara, factor apa yang dapat disimpulkan mempengaruhi perbedaan tersebut ?
- Dapatkan hasil uji sensitivitas menunjukkan bahwa nilai LAI merupakan karakteristik ekosistem?

Analisis sensitivitas untuk membedakan variasi dan pengaruh perubahan iklim *mikro terhadap epifit dan deficit tekanan uap pada bagian tepi dan bagian dalam hutan*

Abstrak

Penebangan kayu untuk skala industri biasanya menciptakan tepi hutan yang memunculkan daerah perubahan iklim mikro, menyebabkan pertumbuhan berkurang dan kelangsungan hidup beberapa epifit kanopi. Proses ini memiliki implikasi terhadap *Brachyramphus marmoratus*, yang mengancam burung laut (Seabird) di hutan tua di Pacific Northwest (pantai di Amerika Utara). Kami menyelidiki iklim mikro dan ketersediaan epifit di hutan tua dari barat daya British Columbia, Kanada. Kami mendapatkan hasil kontras suhu rata-rata dan maksimal, dan juga kelembaban, dan defisit tekanan uap (VPD). Hasil ini menunjukkan bahwa penutup epifit dan kerapatan pohon antara tepi hutan dan plot interior berbeda antara tepi hutan (pohon dewasa yang di tebang), tepi dimana terdapat regenerasi hutan, dan tepi yang bersifat alamiah. Perbedaan

diukur dalam ketersediaan VPD dan epifit bervariasi karena kedekatan dengan tepi dan jenis tumbuhan. Tepi pohon yang ditumbuhi sedikit pohon dengan platform yang cocok untuk “marmor murrelet” memiliki penutup epifit terendah secara keseluruhan. Hal ini menunjukkan bahwa efek tepi iklim mikro dan ketersediaan substrat dapat berdampak negatif terhadap pertumbuhan dan kelangsungan hidup epifit, dan dapat mengurangi ketersediaan situs sarang “marmor murrelet”. Ini efek negatif dapat menurun seiring waktu regenerasi hutan, karena efek tepi yang lebih rendah pada hutan muda yang tambalan. Sebaliknya, hutan alami menunjukkan tingkat penutup epifit dan kepadatan pohon platform terbesar, dan area di dalamnya menunjukkan kelimpahan potensi situs sarang. Meminimalkan rasio tepi antropogenik dengan habitat interior dan mempertahankan tepi alamiah, akan membatasi efek tepi negatif terhadap ketersediaan lumut dan habitat biota

Pertanyaan untuk didiskusikan

- Secara teoritik, berdasarkan perubahan spasial kelembaban dan VPD, wilayah manakah yang paling sensitive ?
- Berdasarkan hasil-hasil penelitian, tepi hutan merupakan wilayah yang iklim mikro hariannya paling berfluktuasi. Bagaimana anda merancang transek pengamatan dan mempertimbangkan penentuan posisi pengamatan sepanjang transek untuk dapat menjamin validitas model perubahan spasial iklim mikro?
- Apakah tambalan (patch) dalam hutan dapat menyebabkan perubahan sensitivitas variable-variabel iklim mikro di tepi hutan?
- Dapatkah perubahan variasi spasial iklim mikro akibat tambalan dijadikan indicator terjadinya perombakan hutan di bagian dalam?

Pertanyaan rangkuman

- Jelaskan mengapa analisis sensitivitas terhadap data awal atau model matematik acuan dapat meningkatkan validitas atau dapat mereduksi bias hasil penelitian yang didasarkan pada pengukuran di lapangan?
- Faktor apa saja yang menjadi pertimbangan dalam pengumpulan data, setelah anda melakukan analisis sensitivitas terhadap data awal yang dijadikan acuan untuk pengukuran/pengamatan?

3. SESATAN, KETIDAK- PASTIAN, DAN ANALISIS SENSITIVITAS DALAM EKSPERIMEN FISIKA

Bagian ini membahas ketidak-pastian hasil pengukuran dan perambatan sesatan dalam eksperimen fisika serta kemanfaatan analisis sensitivitas dalam meningkatkan presisi estimasi besaran fisis yang kita cari. Contoh kasus gerak pendulum sederhana yang dibahas disini diambil dari sumber: Wikipedia, the free encyclopedia, judul buku: Experimental Uncertainty Analysis. Wikipedia.org/wiki/experimental_uncertainty_analysis.

Tujuan:

1. Mahasiswa/pengguna memahami sumber-sumber sesatan dan perambatan sesatan dalam pengukuran dan penentuan besaran fisika
2. Mahasiswa/pengguna memahami bagaimana terjadinya perambatan sesatan dari hasil pengukuran hingga estimasi besaran yang dicari
3. Mahasiswa/pengguna memahami metode dan prosedur untuk mereduksi bias dalam penentuan/estimasi besaran fisis yang dicari
4. Mahasiswa/pengguna dapat mereapkan metode dan prosedur analisis ketidak pastian dan analisis sensitivitas pada kasus fisis sederhana lainnya berdasarkan contoh kasus pendulum sederhana

Analisis Ketidak Pastian dalam Eksperimen Bandul Sederhana

Bagian ini menyajikan analisis ketidak pastian (*uncertainty analysis*) dalam eksperimen fisika. Contoh yang dikemukakan disini adalah eksperimen pendulum untuk mahasiswa jenjang strata satu. Eksperimen ini ditujukan untuk memperkirakan nilai konstanta gravitasi local. Persamaan yang relevan untuk idealisasi gerakan bandul sederhana adalah:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \left[1 + \frac{1}{4} \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right] \dots\dots\dots(1)$$

dimana T adalah periode osilasi (detik), L adalah panjang tali (meter), dan θ adalah koordinat tergantung waktu (tunggal) dari sistem ini. shingga akan lebih baik menggunakan sudut simpangan awal θ_0 namun seterusnya (untuk meyszerhanakan notasi) subskrip ditiadakan. Penyelesaian persamaan (1) untuk mendapatkan konstanta g adalah:

$$\hat{g} = \frac{4\pi^2 L}{T^2} \left[1 + \frac{1}{4} \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right]^2 \dots\dots\dots(2)$$

Ini adalah persamaan, atau model, yang akan digunakan untuk memperkirakan g dari data yang diamati. Ada beberapa bias yang potensial masuk ke dalam estimasi g , karena kenyataan bahwa hanya bagian dalam kurung hanya disajikan menggunakan dua suku pertama deret ekspansi, karena bias oleh suku berikutnya kecil dan dalam praktik biasanya diabaikan.

Prosedur eksperimen adalah untuk mengukur panjang pendulum L dan kemudian membuat pengukuran berulang periode T , setiap kali memulai gerak pendulum dari sudut simpangan awal θ yang sama. Data hasil ulangan pengukuran untuk T , dirata-ratakan dan kemudian dimasukkan dalam persamaan (2) untuk mendapatkan perkiraan nilai g . Persamaan (2) adalah cara untuk mendapatkan nilai kuantitas g dari sejumlah data L , T , dan θ yang diukur.

Perhatikan bahwa pendekatan alternatif adalah dengan mengkonversi semua hasil pengukuran T secara tersendiri untuk perkiraan g , menggunakan persamaan (2), dan kemudian mengambil rata-rata nilai g sebagai hasil akhir. Pendekatan ini tidak praktis tanpa dukungan kemampuan komputasi (misalnya komputer atau kalkulator), karena banyaknya jumlah perhitungan numerik dalam mengevaluasi persamaan (2) untuk setiap pengukuran T . Hal ini membosankan dan rawan kesalahan. Pendekatan yang dibahas berikut ini secara statistic lebih disukai

3.1. Sesatan/Bias Sistemik Bandul Sederhana

Langkah pertama adalah mempertimbangkan sumber-sumber bias. Ada tiga besaran yang harus diukur yakni: (1) panjang pendulum (L), (2) periode osilasi (T), dan (3) sudut simpangan awal terhadap pusat massa (θ). Panjang tali (L) dianggap tetap dalam percobaan ini. Pengukuran harga L dapat dilakukan satu kali, atau beberapa kali dengan mangambil nilai rataannya.

Sudut perpindahan awal θ_0 harus diatur untuk setiap ulangan pengukuran dari periode T , dan sudut ini diasumsikan konstan. Biasanya sudut awal selalu diambil kecil (kurang dari 10 derajat) sehingga koreksi untuk sudut ini dapat diabaikan, maka besaran yang ada di dalam kurung pada persamaan (2) nilainya dapat diambil sama dengan satu. Nilai $\sin \theta \approx \theta$ untuk θ kecil). Untuk studi eksperimen yang dikembangkan disini, digunakan rentang sudut awal antara 30 sampai 45 derajat, sehingga koreksi bias yang ditimbulkan menjadi hal menarik untuk dianalisis

Misalkan bahwa siswa yang melakukan eksperimen tidak mengetahui dengan pasti ukuran panjang tapi dan memperkirakannya terlalu kecil, dengan selisih 5 mm. Sesatan dapat terjadi karena kesalahan pada alat pengukur (misalnya pada batang meteran), atau lebih mungkin berupa kesalahan sistemik dalam

penggunaan alat untuk pengukuran L . Kesalahan dapat terjadi karena siswa lupa untuk mengukur L ke pusat massa beban, dan secara konsisten mengukurnya ke titik di mana tali diikatkan ke beban. Kesalahan seperti ini bersifat tidak acak, tetapi terjadi setiap kali panjang diukur dan disebut kesalahan sistematis.

Selanjutnya, periode osilasi T memunculkan kesalahan sistematis, jika siswa secara konsisten salah menghitung gerakan maju dan mundurnya bandul untuk mendapatkan angka bilangan bulat dari siklus gerakan bandul. Kesalahan systematic dalam hal ini juga dapat terjadi karena masalah elektronik, misalnya pembacaan data secara konsisten terlalu besar (menyimpang 0,02 detik). Selain kesalahan sistematis tersebut terdapat kemungkinan kesalahan random atau acak dalam variasi penentuan waktu osilasi (T).

Pada bagian ini pembahasan difokuskan pada kesalahan tak acak atau kesalahan konsisten atau kesalahan sistematis dalam pengukuran periode pendulum, dan akhirnya dibahas kesalahan pembacaan sudut awal yang diukur menggunakan busur derajat sederhana. Menggunakan busur derajat sederhana, sulit untuk membaca posisi sudut awal dengan akurasi atau presisi yang tinggi. Asumsikan bahwa siswa secara konsisten melakukan kesalahan dalam membaca posisi busur derajat misalnya terlalu kecil (menyimpang 5 derajat), sehingga semua data pengukuran sudut awal mengalami bias (sistematis) sebesar 5 derajat.'

Tugas untuk didiskusikan:

1. Dalam eksperimen di atas, cara apa yang dapat anda lakukan untuk mereduksi bias pengukuran
2. Bagaimana bias pengukuran dapat mempengaruhi bias hasil perhitungan?
3. Apakah kompleksitas rumus untuk menentukan nilai variable dari variable lain yang diukur dapat mempengaruhi penelitian nilai variable tersebut?
4. Apakah semakin banyak variable yang diukur potensi peningkatan bias akan lebih besar?
5. Apakah ulangan pengukuran dapat meningkatkan ketelitian hasil akhir (perhitungan) eksperimen?

32 Analisis Sensitivitas Bandul Sederhana

Bias dalam pengukuran tidak dapat diketahui pada saat percobaan atau pengamatan sedang berlangsung. Dalam contoh kasus di atas, jika siswa mengetahui bahwa ukuran panjang tali kurang 5 mm dari yang seharusnya dan mereka hendak menambahkan 5 mm ke data yang telah mereka catat untuk menghilangkan bias. Ide penggunaan analisis sensitivitas disini adalah untuk

memperkirakan perbedaan, atau perubahan fraksional, dalam kuantitas turunan, dalam hal ini konstanta gravitasi g , akibat bias yang muncul dari beberapa variable yang diukur. Misalnya, jika data sudut awal secara konsisten lebih rendah 5 derajat, apa efeknya terhadap perkiraan g ? Jika data panjang tali secara konsisten lebih pendek 5 mm, bagaimana perubahan estimasi nilai g ? Jika pengukuran periode secara konsisten terlalu lama dengan 0,02 detik, berapa perubahan estimasi g ? Apa yang terjadi pada perkiraan g jika bias ini terjadi dalam berbagai kombinasi?

Salah satu alasan untuk mengeksplorasi pertanyaan-pertanyaan di atas adalah bahwa desain eksperimental, berkaitan dengan peralatan dan prosedur yang akan digunakan, tergantung pada efek relatif dari kesalahan sistematis kuantitas yang diukur. Jika bias sudut awal sebesar 5 derajat, akan menyebabkan perubahan yang tidak dapat ditoleransi dalam perkiraan g , maka perlu dipertimbangkan metode yang lebih akurat untuk pengukuran ini. Di sisi lain jika dapat ditunjukkan sebelum percobaan dilakukan bahwa sudut awal memiliki efek yang dapat diabaikan terhadap g , maka penggunaan busur derajat untuk pengukuran sudut awal dapat diterima (walaupun presisinya rendah).

Motivasi lain penggunaan analisis sensitivitas setelah dilakukan percobaan dan analisis data, adalah menunjukkan bias dalam estimasi harga g . Meneliti perubahan g yang dapat diakibatkan oleh bias beberapa parameter input yakni besaran yang diukur, dapat meningkatkan wawasan tentang apa yang menyebabkan bias dalam estimasi g . Analisis ini dapat membantu untuk mengisolasi masalah seperti kesalahan pengukuran, masalah peralatan, asumsi salah tentang model, dll.

Perhitungan Bias Langsung (Eksak)

Cara yang paling mudah, tapi tidak berarti jelas, adalah menggunakan pendekatan langsung menghitung perubahan pada g menggunakan persamaan (2). Dalam prosedur ini, persamaan (2) digunakan dua kali, yakni untuk menentukan nilai-nilai parameter mengandung bias dan nilai-nilai parameter tanpa bias, seperti disajikan pada persamaan 3:

$$\Delta \hat{g} = \hat{g}(L + \Delta L, T + \Delta T, \theta + \Delta \theta) - \hat{g}(L, T, \theta) \dots\dots\dots(3)$$

ΔL , $\Delta \theta$ masing-masing menyatakan bias dari parameter L dan θ yang diukur.

Tanda topi di atas g menyatakan nilai estimasi g . Agar lebih konkret, pandanglah sebuah pendulum ideal dengan panjang tali 0,5 meter, dan sudut perpindahan awal 30 derajat. Dari persamaan (1) diperoleh periode 1,443 detik. Misalkan bias panjang tali adalah -5 mm, sudut awal: -5 derajat, dan simpangan awal osilasi 0,02 detik. Kemudian, untuk pertama kali hanya diperhitungkan bias panjang ΔL maka

$$\Delta\hat{g} = \hat{g}(0.495, 1.443, 30) - \hat{g}(0.500, 1.443, 30) = -0.098 \text{ m/s}^2$$

Demikian seterusnya untuk parameter pengukuran T dan θ . Perubahan harga g dicatat dalam Tabel 1. Pada umumnya (dalam praktik), analisis sensitivitas dinyatakan dalam fraksi perubahan (atau prosentase); dengan demikian perubahan fraksi eksak dari g adalah :

$$\frac{\Delta\hat{g}}{\hat{g}} = \frac{\hat{g}(L + \Delta L, T + \Delta T, \theta + \Delta\theta) - \hat{g}(L, T, \theta)}{\hat{g}(L, T, \theta)} \dots\dots\dots(4)$$

Hasil kalkulasi untuk contoh system bandul sederhana dirangkum dalam Tabel 1.

Aproksimasi Linier

Dalam kasus pendulum ini, tidaklah praktis untuk menggunakan pendekatan langsung dalam menemukan ketergantungan kuantitas (g) terhadap input atau parameter yang diukur (L, T, θ). Alternatif metode dari konsep diferensial total dapat digunakan untuk analisis ini:

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial z}{\partial x_2} dx_2 + \frac{\partial z}{\partial x_3} dx_3 + \dots = \sum_{i=1}^p \frac{\partial z}{\partial x_i} dx_i \dots\dots\dots(5)$$

dimana z adalah fungsi dari beberapa (p) variabel x. Simbol $\partial z / \partial x_1$ menyatakan turunan parsial fungsi z terhadap satu diantara beberapa variabel x, yang mempengaruhi z. Penentuan fungsi turunan terhadap satu diantara variable x, dilakukan dengan menganggap variable lainnya konstan, demikian seterusnya secara bergantian untuk semua variable x, melalui aturan atau dalil rantai (*chain rule*). Perlu dicatat bahwa fungsi seperti persamaan (2) mengandung besaran sudut, dimana besaran sudut harus dinyatakan dalam radian.

Persamaan (5) merupakan fungsi linier yang diaproksimasi misalnya untuk kurva dua dimensi (p=1) sebagai garis singgung pada satu titik dalam kurva yang bersangkutan; atau untuk tiga dimensi (p=2) adalah bidang singgung di satu titik pada permukaan. Ide penggunaan nilai total z sekitar titik khusus tersebut diperoleh dari persamaan (5). Dalam praktik, digunakan beda nilai berhingga dan bukan diferensial, sehingga:

$$\Delta z \approx \frac{\partial z}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial z}{\partial x_2} \Delta x_2 + \frac{\partial z}{\partial x_3} \Delta x_3 + \dots = \sum_{i=1}^p \frac{\partial z}{\partial x_i} \Delta x_i \dots\dots\dots(6)$$

Hasilnya akan teliti jika selang Δx cukup kecil, bahkan untuk fungsi yang sangat lengkung menjadi hampir linier dalam wilayah Δx yang cukup kecil. Perubahan fraksional ini menjadi:

$$\frac{\Delta z}{z} \approx \frac{1}{z} \sum_{i=1}^p \frac{\partial z}{\partial x_i} \Delta x_i \dots\dots\dots(7)$$

Cara lain yang digunakan untuk menuliskan persamaan (6) dalam bentuk matriks vektor adalah:

$$\Delta z \approx \begin{pmatrix} \frac{\partial z}{\partial x_1} & \frac{\partial z}{\partial x_2} & \frac{\partial z}{\partial x_3} & \dots & \frac{\partial z}{\partial x_p} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta x_3 \\ \vdots \\ \Delta x_p \end{pmatrix} \dots\dots\dots(8)$$

Dalam aplikasi turunan parsial ini, dapat dicatat bahwa fungsi-fungsi parsial tersebut adalah fungsi yang akan dievaluasi pada suatu titik, dalam hal ini semua parameter yang muncul dalam turunan parsial memiliki nilai numerik. Perkalian vektor dalam persamaan (8), misalnya, akan menghasilkan nilai numerik tunggal. Dalam penentuan bias, nilai-nilai yang digunakan dalam fungsi turunan parsial adalah nilai-nilai parameter yang sesungguhnya, karena kita menggunakan pendekatan nilai z dalam daerah (rentang) kecil, sekitar nilai-nilai tersebut.

Aproksimasi Linier: Contoh Perubahan Absolut

Kembali pada contoh bandul dan kita menerapkan persamaan atau fungsi spasial, untuk penentuan perubahan absolute dalam estimasi g :

$$\Delta \hat{g} \approx \frac{\partial \hat{g}}{\partial L} \Delta L + \frac{\partial \hat{g}}{\partial T} \Delta T + \frac{\partial \hat{g}}{\partial \theta} \Delta \theta \dots\dots\dots(9)$$

Sekarang kita hendak menentukan turunan parsial dalam persamaan (9). Misalkan kita mengambil fungsi

$$\alpha(\theta) \equiv \left[1 + \frac{1}{4} \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right]^2$$

Dengan menulis kembali persamaan (2) dan menentukan turunan parsialnya:

$$\hat{g} = \frac{4\pi^2 L}{T^2} \alpha(\theta)$$

$$\frac{\partial \hat{g}}{\partial L} = \frac{4\pi^2}{T^2} \alpha(\theta)$$

$$\frac{\partial \hat{g}}{\partial T} = \frac{-8L\pi^2}{T^3} \alpha(\theta)$$

$$\frac{\partial \hat{g}}{\partial \theta} = \frac{L\pi^2}{T^2} \sqrt{\alpha(\theta)} \sin(\theta)$$

.....(10)

Masukan turunan parsial di atas dalam persamaan (9), maka diperoleh estimasi perubahan g:

$$\Delta \hat{g} \approx \left[\frac{4\pi^2}{T^2} \alpha(\theta) \right] \Delta L + \left[\frac{-8L\pi^2}{T^3} \alpha(\theta) \right] \Delta T + \left[\frac{L\pi^2}{T^2} \sqrt{\alpha(\theta)} \sin(\theta) \right] \Delta \theta$$

.....(11)

Selanjutnya jika dimasukkan nilai-nilai numerik dari masing-masing parameter diperoleh hasil seperti pada Tabel 3.1. Jelas dan rasional apabila nilai-nilai yang diperoleh hampir sama dengan nilai yang diperoleh melalui persamaan (3), tapi tidak tepat sama, kecuali pada parameter L . Hal ini disebabkan oleh perubahan g terhadap L yang berbentuk linier, yang dapat dideduksi dari kenyataan bahwa turunan parsil terhadap L tidak bergantung pada variable L . Jadi pendekatan linier akan bersifat eksak untuk L . Turunan parsil terhadap θ lebih kompleks dan hasilnya harus ditentukan dari dalil atau aturan rantai terhadap α . Hal yang sama terjadi jika kita memasukkan persamaan (10) ke dalam persamaan (9), dimana ukuran sudut termasuk $\Delta\theta$, harus dikonversi dari besaran sudut ke radian.

Aproksimasi Linier: Contoh Perubahan Absolut

Aproksimasi linier untuk perubahan fraksional dalam estimasi g adalah dengan menerapkan persamaan (7) ke dalam kasus bandul:

$$\frac{\Delta \hat{g}}{\hat{g}} \approx \frac{1}{\hat{g}} \frac{\partial \hat{g}}{\partial L} \Delta L + \frac{1}{\hat{g}} \frac{\partial \hat{g}}{\partial T} \Delta T + \frac{1}{\hat{g}} \frac{\partial \hat{g}}{\partial \theta} \Delta \theta$$

Persamaan fraksional di atas tampak rumit, namun dalam praktik biasanya dihasilkan perubahan fraksional dengan bentuk yang sederhana. Jadi,

$$\frac{\Delta \hat{g}}{\hat{g}} \approx \left[\frac{4\pi^2}{T^2} \alpha(\theta) \right] \Delta L + \left[\frac{-8L\pi^2}{T^3} \alpha(\theta) \right] \Delta T + \left[\frac{\frac{L\pi^2}{T^2} \sqrt{\alpha(\theta)} \sin(\theta)}{\frac{4\pi^2 L}{T^2} \alpha(\theta)} \right] \Delta \theta$$

Yang dapat direduksi menjadi:

$$\frac{\Delta \hat{g}}{\hat{g}} \approx \frac{\Delta L}{L} - 2 \frac{\Delta T}{T} + \frac{\sin(\theta)}{4 \sqrt{\alpha(\theta)}} \Delta \theta$$

Kecuali suku terakhir, suku lainnya berbentuk sederhana. Kita dapat menyatakan suku terakhir sebagai sebagai ekspansi deret θ :

$$\frac{\sin(\theta)}{4 \left[1 + \frac{1}{4} \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right]} \approx \frac{\theta}{4} \quad \Rightarrow \quad \frac{\theta}{4} \Delta \theta = \frac{\theta^2}{4} \frac{\Delta \theta}{\theta}$$

sehingga hasil aproksimasi linier untuk perubahan fraksional dalam estimasi g adalah:

$$\frac{\Delta \hat{g}}{\hat{g}} \approx \frac{\Delta L}{L} - 2 \frac{\Delta T}{T} + \left(\frac{\theta}{2} \right)^2 \frac{\Delta \theta}{\theta} \dots\dots\dots(12)$$

Ingat bahwa sudut dalam ukuran radian, dan nilai yang digunakan dalam contoh adalah 30 derajat atau 0,524 radian; maka diperoleh nilai suku ketiga ruas kanan persamaan (12) sekitar 0,07. Berdasarkan persamaan (12) kita dapat dengan mudah menyimpulkan bahwa urutan parameter dari yang paling berpengaruh hingga yang kurang berpengaruh adalah T, L, θ . Cara lain untuk menyatakan ini adalah bahwa kuantitas g lebih sensitif terhadap kuantitas T daripada L atau θ . Dengan memasukkan contoh nilai-nilai numerik maka diperoleh hasil seperti ditunjukkan pada Tabel 3.1, dan cukup bersesuaian dengan yang ditemukan menggunakan persamaan (4).

Tabel 3.1. Hasil-hasil kalkulasi bias, untuk contoh bandul (estimasi g dalam m/s^2)

	Nominal	Bias	Ratio	Eksak Δg	Linier Δg	Eksak $\Delta g/g$	Linier $\Delta g/g$
Panjang L (m)	0.5	- 0.005	0.010	- 0.098	- 0.098	- 0.010	- 0.010
Periode T (s)	1.443	+0.02	0.014	- 0.266	- 0.272	- 0.027	- 0.028
Sudut θ (derajat)	30	- 5	0.17	- 0.0968	- 0.105	- 0.01	- 0.011
Keseluruhan				-0.455	- 0.475	- 0.046	- 0.049
Pers.				(3)	(11)	(4)	(12)

Bentuk persamaan (12) biasanya merupakan tujuan dari analisis sensitivitas, karena secara umum tidak terikat pada serangkaian tertentu nilai parameter, seperti yang terjadi dalam metode perhitungan langsung menggunakan persamaan (3) atau (4). Hal ini jelas melalui pemeriksaan parameter yang paling berpengaruh, akan memiliki kesalahan sistematis. Sebagai contoh, jika pengukuran panjang L lebih tinggi sepuluh persen, maka perkiraan g juga akan setinggi sepuluh persen. Jika periode T itu diestimasi kurang 20 persen, maka perkiraan g akan diestimasi lebih sebesar 40 persen (perhatikan tanda negatif untuk T). Jika sudut awal θ diestimasi lebih sebesar sepuluh persen, maka estimasi (lebih) g akan berkisar 0,7 persen. Informasi ini sangat berharga dalam analisis data pasca-percobaan, untuk melacak kontribusi bias pengukuran terhadap keseluruhan hasil eksperimen (perkiraan g). Parameter sudut misalnya, dapat diabaikan jika bias yang disebabkan parameter ini kecil, misalnya 10 persen. Kesalahan besaran sudut akan signifikan pada 140 persen, tapi secara fisis hal ini tidak masuk akal.

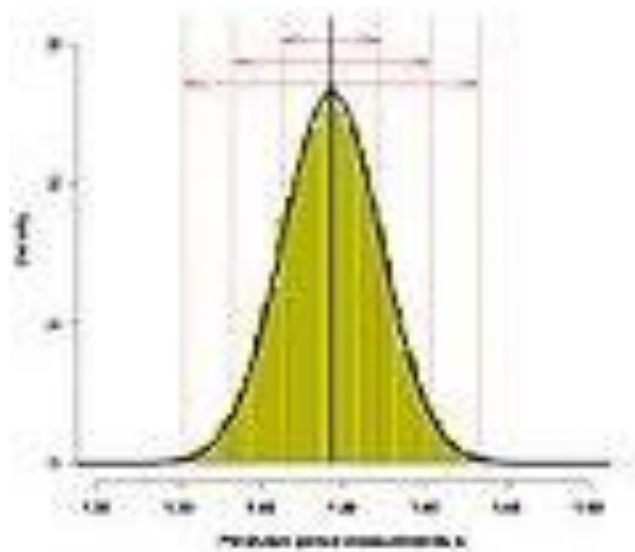
Kesalahan Random / Presisi

Dalam pembahasan ini (untuk eksperimen bandul), siswa berulang kali mengukur periode osilasi bandul, dan mendapatkan nilai yang berbeda untuk setiap pengukuran. Fluktuasi ini menyebabkan perbedaan kecil yang bersifat acak dalam mengoperasikan stopwatch, perbedaan dalam memperkirakan posisi puncak bandul sebagai simpangan sudut maksimum dari setiap ayunan dan sebagainya; semua ini berinteraksi menghasilkan variasi dalam kuantitas yang diukur. Ini bukanlah bias seperti dibahas di atas, di mana ada diasumsikan

terdapat perbedaan 0,02 detik antara pembacaan stopwatch dengan periode T yang sesungguhnya. Bias adalah tetap, nilainya konstan; bervariasi secara acak sehingga tak terduga.

Variasi acak tidak dapat diprediksi tetapi kecenderungannya mengikuti aturan tertentu, dan bentuk atau aturan tersebut biasanya dapat dirangkum melalui konstruksi matematik yang dikenal sebagai fungsi kepadatan probabilitas (PDF: *Probability Density Functon*). Fungsi ini, pada gilirannya, memiliki beberapa parameter yang sangat berguna dalam menjelaskan variasi dari pengukuran yang diamati. Dua parameter tersebut adalah rata-rata dan varians dari PDF. Pada dasarnya, mean adalah lokasi PDF pada garis bilangan real, dan varians adalah deskripsi dari tersebarnya atau dispersi atau lebar PDF.

Sebagai ilustrasi, Gambar 3.1 menunjukkan PDF yang disebut normal, yang akan diasumsikan terdistribusi dalam periode waktu yang diamati pada percobaan bandul. Untuk sementara, semua bias dalam pengukuran diabaikan, maka rata-rata nilai PDF adalah nilai sebenarnya dari periode T untuk pendulum ideal dengan panjang tali 0,5 meter, memiliki sudut awal 30 derajat. Nilai T tersebut diperoleh dari Persamaan (1), yakni 1,443 detik. Dalam gambar ada 10000 pengukuran disimulasikan dalam histogram, dan PDF normal adalah garis utuh.



Gambar 3.1

Isu menarik dalam fluktuasi yang bersifat random adalah varians. Nilai positif dari akar pangkat dua varians adalah standar deviasi, yang merupakan ukuran dari PDF. Ada ukuran lain yang dapat digunakan, namun standar deviasi yang biasanya dinyatakan dalam symbol sigma σ (huruf Gerika), adalah yang paling umum digunakan. Untuk simulasi ini digunakan nilai sigma pengukuran T

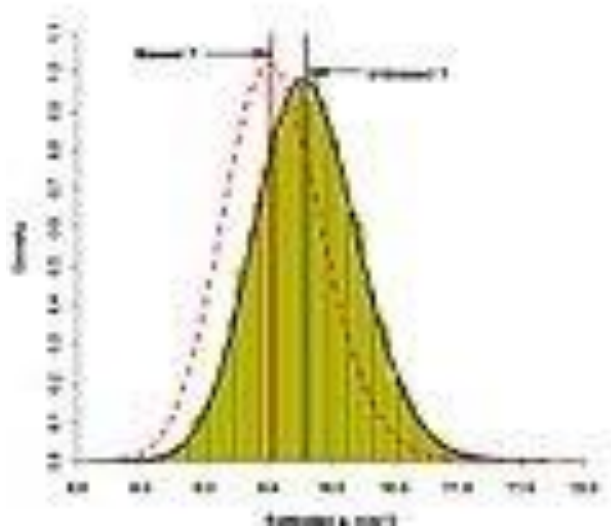
adalah 0,03 detik, sedangkan variabilitas pengukuran L dan θ dianggap dapat diabaikan.

Dalam gambar, lebar satu, dua, dan tiga-sigma ditunjukkan dengan garis putus-putus vertikal dengan panah. Hal ini terlihat bahwa lebar tiga-sigma di kedua sisi rata-rata mengandung hampir semua data untuk PDF Normal. Kisaran nilai waktu yang diamati antara 1,35-1,55 detik, tetapi sebagian besar data waktu pengukuran jatuh dalam interval yang lebih sempit dari rentang tersebut.

Besaran PDF yang diturunkan (Derived-quantity PDF)

Gambar 3.1 menunjukkan hasil pengukuran periode bandul (T) untuk ulangan pengukuran yang dilakukan banyak kali. Misalkan pengukuran ini diterapkan satu per satu pada persamaan (2) untuk memperkirakan g . Apa yang akan menjadi PDF dari g yang diestimasi? Berdasarkan harga PDF yang ada, bagaimana rata-rata dan varians perkiraan harga g ? Pertanyaan tidaklah sederhana, sehingga cara terbaik untuk mengetahui apa yang terjadi adalah melakukan simulasi. Gambar 3.2 menunjukkan pengukuran T sebanyak 10000 kali, yang kemudian dimasukkan dalam persamaan (2) untuk memperkirakan harga g ; dengan demikian ada 10000 perkiraan yang ditempatkan dalam histogram. (garis hitam vertikal) menunjukkan kaitan erat persamaan (4) dengan nilai g yang dikenal yakni $9,8 \text{ m/s}^2$.

Adakalanya memungkinkan untuk menurunkan PDF yang sesungguhnya dari data yang ditransformasi. Dalam contoh bandul, pengukuran waktu T pada persamaan (2) dipangkatkan dua dan dibagi kedalam beberapa factor yang sekarang dianggap konstan. Menggunakan aturan transformasi variable random, dapat dibuktikan bahwa jika data hasil pengukuran T berdistribusi normal seperti diperlihatkan pada Gambar 3.1, maka estimasi g mengikuti bentuk distribusi lain (yang lebih kompleks) yang dapat diturunkan secara analitis. PDF dari g di plot dalam histogram (garis hitam) dan kesesuaiannya dengan data sangat tinggi



Gambar 3.2

Gambar 3.2 juga memperlihatkan kurva PDF dari g untuk data T yang bias yang telah dibahas sebelumnya. Jadi rata-rata bias T dari g -PDF adalah $9.800 - 0.266 \text{ m/s}^2$ (lihat Table 1).

Perhatikan sekali lagi fungsi yang telah didiskusikan sebelumnya:

$$z = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_p)$$

dimana tidak harus linier dan x adalah variable-variabel random yang pada umumnya tidak berdistribusi normal dan umumnya saling berkorelasi (*mutually correlated*). Untuk menganalisis suatu hasil eksperimen, rata-rata dan varians besaran yang diturunkan z , yang merupakan variabel random menjadi hal yang menarik. Ini dikenal sebagai nilai ekspektasi (*expected values*)

$$\mu_z = E[z] \quad \sigma_z^2 = E[(z - \mu_z)^2]$$

yaitu bagian pertama dari PDF terhadap pusat (origin), dan bagian kedua kedua PDF terhadap rata-rata yang diturunkan dari variable acak z . Nilai-nilai yang diharapkan ini, diperoleh dengan menggunakan integral untuk variabel kontinu yang dianalisis, akan tetapi untuk mengevaluasi integral ini diperlukan bentuk fungsional PDF dari kuantitas z yang diturunkan. Contoh sederhana dari proses ini adalah mencari rata-rata dan varians dari kuantitas turunan $z = x^2$ dimana kuantitas yang diukur (x) berdistribusi normal terhadap rata-rata μ dan varians σ^2 . Kuantitas yang diturunkan z akan memiliki beberapa PDF baru, yang (kadang-kadang) dapat diperoleh dengan menggunakan aturan kalkulus probabilitas. PDF dari z dapat ditampilkan dalam bentuk:

$$\text{PDF}_z \sim \frac{1}{2\sqrt{z}} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \left[\exp\left(-\frac{(\sqrt{z}-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) + \exp\left(-\frac{(-\sqrt{z}-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \right]$$

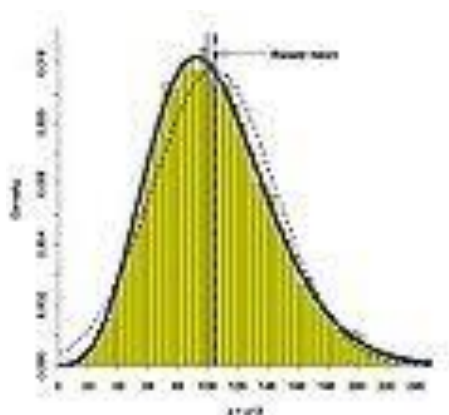
Mengintegrasikan fungsi di atas dari nol ke positif tak hingga, diperoleh nilai satu yang membuktikan bahwa fungsi tersebut adalah PDF. Selanjutnya rata-rata dan varians PDF ini dibutuhkan untuk mengkarakterisasi kuantitas yang diturunkan (z). Rata-rata dan varians (sebenarnya rata-rata dari kuadrat sesatan) diperoleh dari integral, apabila fungsi-fungsi ini secara keseluruhan dapat diintegrasikan.

$$\mu_z = \int_0^{\infty} z \text{PDF}_z dz \quad \sigma_z^2 = \int_0^{\infty} (z - \mu_z)^2 \text{PDF}_z dz$$

Seperti dalam kasus ini, dimungkinkan untuk memperoleh hasil-hasil secara analitik dimana

$$\mu_z = \mu^2 + \sigma^2 \quad \sigma_z^2 = 2\sigma^2(2\mu^2 + \sigma^2)$$

Untuk kepentingan praktik, hasil di atas dapat diperiksa dengan simulasi. Gambar 3.3 menunjukkan histogram dari 10000 sampel z, dengan PDF yang diberikan yang ternyata memiliki kesesuaian sangat tinggi. Dalam simulasi ini data x memiliki rata-rata 10 dan standar deviasi 2. Dengan demikian nilai harapan untuk z tentunya menjadi 100. Garis vertical "rata-rata bias" diperoleh dengan menggunakan ekspresi di atas untuk μ_z , dan ini bersesuaian dengan rata-rata yang diamati (garis vertikal putus-putus), dan rata-rata bias berada di atas nilai "yang diharapkan" yakni 100. Kurva putus-putus pada gambar ini menunjukkan PDF normal.



Gambar 3.3

Linierisasi perkiraan rata-rata dan varians

Dalam matematika terapan, salah satu pendekatan yang biasanya digunakan untuk menghindari kompleksitas adalah menggunakan deret ekspansi Taylor orde rendah. Hal ini dapat ditunjukkan dengan cara mengganti fungsi z dengan deret ekspansi orde pertama. Nilai fungsi pada satu titik didefinisikan oleh nilai rata-rata setiap variabel x dari p banyaknya variabel. Varians fungsi linierisasi diperkirakan dengan menggunakan persamaan

$$\sigma_z^2 \approx \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \left(\frac{\partial z}{\partial x_i} \right) \left(\frac{\partial z}{\partial x_j} \right) \sigma_{i,j} \dots\dots\dots(13)$$

dimana σ_{ij} mewakili kovarian dari dua variabel x_i dan x_j . Jumlah ganda diambil alih semua kombinasi i dan j , dengan pengertian bahwa kovarians dari variabel dengan dirinya sendiri adalah varians dari variabel itu, yaitu, $\sigma_{ii} = \sigma_i^2$. Kovarians juga bersifat simetris, sehingga $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$. Sekali lagi, seperti yang terjadi dengan perhitungan bias, turunan parsial dievaluasi pada titik tertentu, dalam hal ini, pada nilai rata-rata, atau estimasi terbaik lainnya, dari setiap variabel independen. Nilai yang diharapkan (rata-rata) darimana PDF berasal dapat diperkirakan untuk kasus di mana z adalah fungsi dari satu atau dua variabel yang diukur, dengan menggunakan persamaan (11)

$$\mu_z \approx z(\mu_1, \mu_2) + \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial^2 z}{\partial x_1^2} \sigma_1^2 + \frac{\partial^2 z}{\partial x_2^2} \sigma_2^2 \right\} + \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \sigma_{12} \dots\dots\dots(14)$$

dimana nilai turunan parsial dievaluasi pada mean dari variabel pengukuran masing-masing. Kembali ke kasus contoh sederhana dari $z = x^2$, nilai rata-rata diperkirakan melalui

$$\mu_z \approx \mu^2 + \frac{1}{2} \sigma^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \mu^2 + \frac{1}{2} \sigma^2 [2] = \mu^2 + \sigma^2$$

yang sama dengan hasil yang diperoleh untuk kasus khusus. Untuk varians (sebenarnya MS_E), bentuknya adalah

$$\sigma_z^2 \approx \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 \sigma^2 = 4x^2 \sigma^2 \Rightarrow 4(\mu^2) \sigma^2 = 4\mu^2 \sigma^2$$

Gambar 3.3 menunjukkan PDF Normal (garis putus-putus) dengan rata-rata dan varians dari perkiraan ini. PDF normal tidak menggambarkan data ini diturunkan sangat baik, terutama pada nilai akhir yang rendah.

Pendekatan Varians dalam Format Matriks

Cara yang lebih elegan untuk menulis apa yang disebut perambatan kesalahan (*error propagation*) persamaan varians adalah dengan menggunakan matriks. Pertama, kita mendefinisikan sebuah vektor dari turunan parsial, seperti yang digunakan dalam persamaan (8) di atas.:

$$\gamma^T \equiv \left(\frac{\partial z}{\partial x_1} \quad \frac{\partial z}{\partial x_2} \quad \frac{\partial z}{\partial x_3} \quad \cdots \quad \frac{\partial z}{\partial x_p} \right)$$

dimana superscript T menunjukkan transpos matriks, kemudian menentukan matriks kovarians

$$\mathbf{C} \equiv \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \cdots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \sigma_{23} & \cdots & \sigma_{2p} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_3^2 & \cdots & \sigma_{3p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p2} & \sigma_{p3} & \cdots & \sigma_p^2 \end{pmatrix}$$

maka dapat ditulis secara singkat sebagai bentuk kuadrat

$$\sigma_z^2 \approx \gamma^T \mathbf{C} \gamma \dots\dots\dots(15)$$

Jika korelasi antara variabel p adalah semua nol, seperti yang sering diasumsikan, maka kovarians matriks C menjadi diagonal, dengan variasi individu sepanjang diagonal utama. Nilai parsial dalam vector γ semua dievaluasi pada titik tertentu, sehingga persamaan (15) menghasilkan nilai numerik tunggal.

Cara Ini berguna untuk menulis secara rinci ekspresi untuk varians menggunakan persamaan (13) atau (15) untuk kasus $p = 2$:

$$\sigma_z^2 \approx \left(\frac{\partial z}{\partial x_1} \right) \left(\frac{\partial z}{\partial x_1} \right) \sigma_{11} + \left(\frac{\partial z}{\partial x_2} \right) \left(\frac{\partial z}{\partial x_2} \right) \sigma_{22} + \left(\frac{\partial z}{\partial x_1} \right) \left(\frac{\partial z}{\partial x_2} \right) \sigma_{12} + \left(\frac{\partial z}{\partial x_2} \right) \left(\frac{\partial z}{\partial x_1} \right) \sigma_{21}$$

atau

$$\sigma_z^2 \approx \left(\frac{\partial z}{\partial x_1} \right)^2 \sigma_1^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial x_2} \right)^2 \sigma_2^2 + 2 \left(\frac{\partial z}{\partial x_1} \right) \left(\frac{\partial z}{\partial x_2} \right) \sigma_{12}$$

Aproksimasi Linier: contoh sederhana untuk varians

Sebelum membahas kembali contoh pendulum, berikut ini diberikan contoh aljabara sederhana. Ambil

$$z = x^2 y \quad \frac{\partial z}{\partial x} = 2xy \quad \frac{\partial z}{\partial y} = x^2$$

sehingga

$$\sigma_z^2 \approx (2xy)^2 \sigma_x^2 + (x^2)^2 \sigma_y^2 + 2(2xy)(x^2) \sigma_{x,y}$$

Kita dapat tetap menggunakan ekspresi ini namun dalam praktik biasanya adalah membagi ekspresi tersebut dengan z^2 :

$$\frac{\sigma_z^2}{z^2} \approx \frac{(2xy)^2}{(x^2y)^2} \sigma_x^2 + \frac{(x^2)^2}{(x^2y)^2} \sigma_y^2 + \frac{2(2xy)(x^2)}{(x^2y)^2} \sigma_{x,y}$$

Persamaan ini dapat direduksi menjadi

$$\frac{\sigma_z^2}{z^2} \approx \left(\frac{2\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2 + 4\left(\frac{\sigma_{x,y}}{xy}\right)$$

Disini, simpangan baku dari z estimasinya adalah:

$$\hat{\sigma}_z \approx \bar{z} \sqrt{\left(\frac{2\hat{\sigma}_x}{\bar{x}}\right)^2 + \left(\frac{\hat{\sigma}_y}{\bar{y}}\right)^2 + 4\left(\frac{\hat{\sigma}_{x,y}}{\bar{x}\bar{y}}\right)}$$

dimana penggunaan rata-rata dari variabel ditunjukkan oleh garis atas, dan tanda topi menunjukkan bahwa komponen (ko)variens juga harus diestimasi, kecuali ada beberapa besaran yang diketahui sebelumnya. Secara umum, estimasinya:

$$\hat{\sigma}_i = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x}_i)^2}{n-1}} \quad \hat{\sigma}_{i,j} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x}_i)(x_k - \bar{x}_j)}{n-1}}$$

Bentuk ini banyak digunakan untuk n pengamatan (pengukuran)

Aproksimasi inier rata-rata: contoh pendulum

Untuk mempermudah, maka variable acak yang diukur hanya variable waktu, sehingga perkiraan kuantitas g, adalah:

$$\hat{g} = \frac{k}{T^2}$$

di mana k adalah konstanta. Menerapkan aturan kalkulus probabilitas, maka PDF dapat diturunkan untuk perkiraan nilai g (PDF ini disajikan pada Gambar 3.2). Contoh ini berbeda debfab sebelumnya, dimana rataan dan varians tidak dapat diperoleh secara analitik. Jadi tidak ada pilihan lain, selain menggunakan pendekatan linierisasi. Untuk rataan , menggunakan persamaan (14), yang disederhanakan untuk perkiraan g,

$$\frac{\partial \hat{g}}{\partial T} = \frac{-2k}{T^3} \quad \frac{\partial^2 \hat{g}}{\partial T^2} = -2k \frac{-3}{T^4} = \frac{6k}{T^4}$$

Nilai ekspektasi g yang diestimasi adalah

$$E[\hat{g}] = \frac{k}{\mu_T^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{6k}{\mu_T^4} \right) \sigma_T^2 \dots\dots\dots(16)$$

Hasil ini menunjukkan bahwa rata-rata nilai g estimasi memiliki bias tinggi.

Aproksimasi linier varians: contoh pendulum

Selanjutnya, untuk menemukan perkiraan varians pada contoh pendulum, karena turunan parsial telah ditemukan dalam Persamaan (10), maka kita dapat mengikuti prosedur sebagaimana biasa dilakukan. Jika diasumsikan bahwa nilai covarians semuanya nol, maka C adalah akan diagonal. sehingga

$$\sigma_{\hat{g}}^2 \approx \begin{pmatrix} \frac{\partial \hat{g}}{\partial L} & \frac{\partial \hat{g}}{\partial T} & \frac{\partial \hat{g}}{\partial \theta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_L^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_T^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\theta}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial \hat{g}}{\partial L} \\ \frac{\partial \hat{g}}{\partial T} \\ \frac{\partial \hat{g}}{\partial \theta} \end{pmatrix} = \left(\frac{\partial \hat{g}}{\partial L} \right)^2 \sigma_L^2 + \left(\frac{\partial \hat{g}}{\partial T} \right)^2 \sigma_T^2 + \left(\frac{\partial \hat{g}}{\partial \theta} \right)^2 \sigma_{\theta}^2 \dots\dots\dots(17)$$

Hasil yang diperoleh melalui persamaan (17) sama dengan yang diperoleh melalui persamaan (13). Penting untuk dipahami bahwa "sigma" adalah varians yang menggambarkan variasi acak dalam pengukuran L, T, dan θ, tidak sama dengan bias yang digunakan sebelumnya.

Untuk menggambarkan perhitungan ini, kita dapat mempertimbangkan hasil simulasi yang disajikan pada Gambar 3.2. Di sini, variable yang diduga memiliki variasi acak hanya;ah variable waktu, dan deviasi standar yang digunakan untuk itu adalah 0,03 detik. Jadi, dengan menggunakan persamaan (17), diperoleh

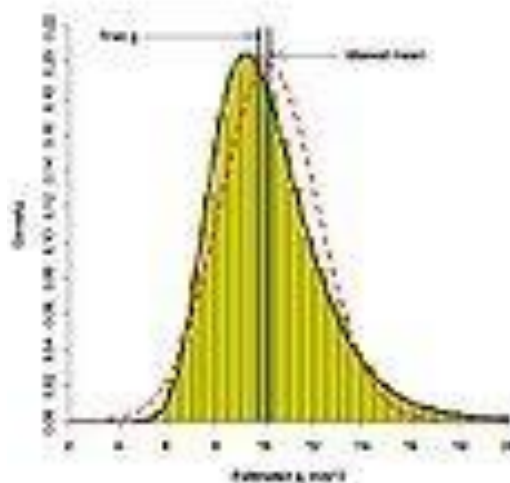
$$\sigma_{\hat{g}}^2 \approx \left(\frac{\partial \hat{g}}{\partial T} \right)^2 \sigma_T^2 = \left(\frac{-8L \pi^2}{T^3} \alpha(\theta) \right)^2 \sigma_T^2$$

dan dengan menggunakan nilai numeric yang telah diperoleh sebelumnya untuk contoh ini diperoleh:

$$\sigma_{\hat{g}}^2 \approx \left(\frac{-8 \times 0.5 \times \pi^2}{1.443^3} 1.0338 \right)^2 0.03^2 = 0.166$$

Hasil ini lebih baik dibandingkan dengan varians yang dihitung oleh program simulasi sebesar 0,171. Untuk nilai rata-rata, persamaan (16) menghasilkan bias hanya sekitar 0,01 m/s², yang tidak terlihat pada Gambar 2.

Untuk membuat lebih jelas apa yang terjadi sebagai kesalahan acak dalam peningkatan pengukuran variabel, perhatikan Gambar 3.4, di mana standar deviasi dari pengukuran waktu meningkat menjadi 0,15 s, atau sekitar sepuluh persen. PDF untuk nilai-nilai perkiraan g juga digambarkan, seperti di Gambar 3.2.



Gambar 3.4

Aproksimasi Linier kesalahan relative: contoh pendulum,

Banyak peneliti sering menggunakan besaran deviasi standar σ sebagai ukuran presisi daripada varians. Jika σ dibagi dengan μ kita memperoleh kuantitas yang disebut kesalahan relatif, atau koefisien variasi. Koefisien variasi ini merupakan ukuran presisi:

$$RE_{\hat{g}} \equiv \frac{\sigma_{\hat{g}}}{\mu_{\hat{g}}} = \frac{\sqrt{0.166}}{9.8} = 0.042$$

Untuk contoh pendulum, koefisien variasi menunjukkan presisi sedikit lebih dari 4 persen. Seperti bias, hal ini berguna untuk menghubungkan kesalahan relatif dalam kuantitas turunan dari kesalahan relatif hasil pengukuran. Jika persamaan (17) dibagi dengan kuadrat g :

$$\frac{\sigma_{\hat{g}}^2}{\hat{g}^2} \approx \frac{1}{\hat{g}^2} \left(\frac{\partial \hat{g}}{\partial L} \right)^2 \sigma_L^2 + \frac{1}{\hat{g}^2} \left(\frac{\partial \hat{g}}{\partial T} \right)^2 \sigma_T^2 + \frac{1}{\hat{g}^2} \left(\frac{\partial \hat{g}}{\partial \theta} \right)^2 \sigma_\theta^2$$

Hasil aproksimasi linier untuk perubahan fraksional dalam estimasi g (seperti pada persamaan 12) adalah:

$$\frac{\sigma_{\hat{g}}^2}{\hat{g}^2} \approx \frac{\sigma_L^2}{L^2} + 4 \frac{\sigma_T^2}{T^2} + \left(\frac{\theta}{2} \right)^4 \frac{\sigma_\theta^2}{\theta^2}$$

Dengan mengambil akar pangkat duanya, diperoleh RE:

$$RE_{\hat{g}} = \frac{\sigma_{\hat{g}}}{\hat{g}} \approx \sqrt{\left(\frac{\sigma_L}{L} \right)^2 + 4 \left(\frac{\sigma_T}{T} \right)^2 + \left(\frac{\theta}{2} \right)^4 \left(\frac{\sigma_\theta}{\theta} \right)^2} \dots\dots\dots(18)$$

Dalam contoh kasus ini diperoleh

$$RE_{\hat{g}} \approx 2 \frac{\sigma_T}{T} = 2 \frac{0.03}{1.443} = 0.042$$

yang bersesuaian dengan RE diperoleh sebelumnya. Metode kesalahan relatif dari komponen (diukur) lebih sederhana secara Tetap diingat bahwa besaran sudut yang digunakan dalam persamaan (17) harus dinyatakan dalam radian.

Seperti yang sering terjadi, deviasi standar estimasi g dengan sendirinya diperlukan. Hal ini mudah diperoleh dengan menyusun kembali secara sederhana persamaan (18). Standar deviasi ini biasanya diperoleh bersamaan dengan "estimasi titik" dari nilai rata-rata; untuk simulasi ini nilainya $9,81 \pm 0,41$ m/s². Penarikan kesimpulan berdasarkan interval harga ini perlu dilakukan secara hati-hati.

Aproksimasi Linier pengeceikan dengan simulasi: Contoh pendulum

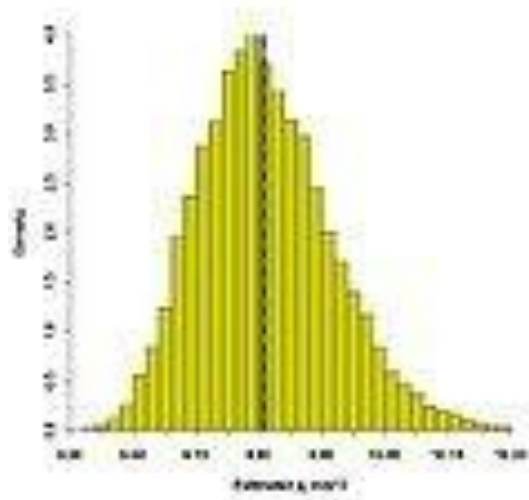
Penting untuk memeriksa perhitungan ketidakpastian menggunakan simulasi. Perhitungan ini bisa sangat rumit dan kesalahan mudah terjadi. Misalnya, untuk melihat apakah kesalahan relatif hanya untuk pengukuran sudut yang benar, dan simulasi dibuat untuk sampel dari sudut PDF normal dengan rata-rata 30 derajat, deviasi standar 5 derajat, yang keduanya dikonversi ke radian. Kesalahan relatif besaran sudut ini berkisar 17 persen.

$$RE_{\hat{g}} \approx \left(\frac{\theta}{2}\right)^2 \frac{\sigma_{\theta}}{\theta} = \left(\frac{0.524}{2}\right)^2 \frac{0.0873}{0.524} \approx 0.0114$$

Simulasi menunjukkan kesalahan relatif diamati dalam g menjadi sekitar 0,011, yang menunjukkan bahwa perhitungan ketidakpastian sudut sudah benar. Dengan demikian, seperti yang terlihat dengan perhitungan bias, variasi acak yang relatif besar di sudut awal (17 persen) hanya menyebabkan kesalahan relative sekitar satu persen dalam perkiraan g .

Gambar 3.5 menunjukkan histogram perkiraan g . Kesalahan relatif dalam sudut yang relatif besar, menyebabkan PDF dari perkiraan g miring (tidak normal, tidak simetris), dan rataannya sedikit bias. Dalam hal ini PDF tidak diketahui, tetapi rata-rata masih dapat diperkirakan dengan menggunakan persamaan (14). Pada turunan parsial kedua terhadap sudut dari persamaan (2), variabel lain dianggap konstan, dan disatukan dalam konstanta k , sehingga

$$\frac{\partial^2 \hat{g}}{\partial \theta^2} = \frac{k}{32} [9 \cos(\mu_{\theta}) - \cos(2\mu_{\theta})]$$



Gambar 3.5

Nilai ekspektasinya adalah:

$$E[\hat{g}] \approx k\alpha(\mu_{\theta}) + \frac{1}{2} \frac{k}{32} [9 \cos(\mu_{\theta}) - \cos(2\mu_{\theta})] \sigma_{\theta}^2$$

Garis vertikal putus-putus yang dihasilkan dari persamaan ini bersesuaian dengan rata-rata yang diamati.

Pemilihan metode analisis data

Ada dua cara untuk menganalisis satu set pengukuran periode osilasi pendulum T yakni:

Metode 1: rata-rata pengukuran dari n buah data T, dan dimasukkan pada Persamaan (2) sehingga diperoleh harga estimasi g akhir;

Metode 2: menggunakan data pengukuran individu semua data T dan memasukan data tersebut satu persatu kedalam persamaan (2), sehingga diperoleh n buah data perkiraan g. Nilai estimasi g akhir adalah rata-rata dari semua data estimasi g individual

Sepintas kita melihat bahwa hasil yang diperoleh dari kedua metode akan sama, namun kita memiliki alasan untuk harus memilih metode mana yang digunakan. Alasan ini berkaitan dengan ukuran sampel. Metode 2 mengandung bias yang tidak dapat dihilangkan dengan meningkatkan ukuran sampel. Metode 1 juga mengandung bias, tapi bias yang menurun dengan bertambahnya ukuran sampel. Bias ini, dalam kedua kasus, tidak terlalu besar. Disini kita mengenal dua sumber bias. Bias Tipe I adalah bias hasil dari kesalahan sistematis dalam proses pengukuran Bias Tipe II adalah hasil dari transformasi variabel pengukuran acak melalui model nonlinier.

Ukuran Sampel

Ukuran sampel menyebabkan efek sistematis dalam perhitungan bias. Dalam pembahasan sebelumnya jumlah pengukuran atau sampel n belum dimasukkan. Secara implisit, penggunaan metode 2 dalam mendapatkan perkiraan g akhir, adalah dengan mengambil satu variable pengukuran (misalnya, T) pada satu waktu, dan selanjutnya diolah menggunakan persamaan (2).

Untuk berbagai menggunakan persamaan yang telah dikembangkan di atas, diperlukan nilai rata-rata dan varians dari beberapa parameter yang muncul dalam persamaan. Dalam percobaan praktis, nilai-nilai ini akan diestimasi dari data yang diamati, dalam hal ini data pengukuran. Pengukuran ini digunakan untuk menghasilkan nilai rata-rata estimasi untuk digunakan dalam persamaan misalnya, untuk evaluasi turunan parial, misalnya,

$$\sigma_{\hat{g}}^2 \approx \left(\frac{\partial \hat{g}}{\partial T} \right)^2 \sigma_T^2 = \left(\frac{-8L \pi^2}{T^3} \alpha(\theta) \right)^2 \sigma_T^2 \Rightarrow \left(\frac{-8\bar{L} \pi^2}{\bar{T}^3} \alpha(\bar{\theta}) \right)^2 \frac{\sigma_T^2}{n_T}$$

yang mencerminkan fakta bahwa, semakin meningkat jumlah pengukuran T, varians dari nilai rata-rata T akan menurun. Ada beberapa variabilitas yang melekat dalam pengukuran T, dan yang diasumsikan tetap konstan, tetapi variabilitas dari rata-rata T akan menurun dengan meningkatnya n. Menggunakan asumsi tidak ada kovarian di antara parameter (pengukuran), perluasan persamaan (13) atau (15) dapat kembali dinyatakan sebagai

$$\sigma_z^2 \approx \sum_{i=1}^p \left(\frac{\partial z}{\partial x_i} \right)_{\bar{x}_i}^2 \frac{\sigma_i^2}{n_i}$$

dimana subskrip pada n mencerminkan fakta bahwa perbedaan jumlah pengukuran dapat dilakukan pada beberapa variabel (misalnya, 3 untuk L , 10 untuk T , 5 untuk θ , dll)

Ketergantungan varians keseluruhan terhadap jumlah pengukuran menunjukkan bahwa komponen rancangan percobaan statistik akan mendefinisikan ukuran sampel untuk menjaga kesalahan relatif (presisi) dalam batas yang wajar. Perkiraan variabilitas pengukuran individu yang dimiliki, mungkin dari pilot studi, harus dapat digunakan untuk memperkirakan berapa ukuran sampel (jumlah ulangan untuk mengukur, misalnya, T pada contoh pendulum) akan diperlukan.

Kembali ke bias Tipe II dalam pendekatan Metode 2, maka persamaan (19) sekarang dapat kembali menyatakan lebih akurat dalam bentuk

$$\beta \approx \frac{3k}{\mu_T^2} \left(\frac{\sigma_T}{\mu_T} \right)^2 \approx 30 \left(\frac{s_T}{n_T \bar{T}} \right)^2$$

dimana s adalah standar deviasi estimasi pengukuran T dan n_T . Dalam Metode 2, setiap pengukuran T individu digunakan untuk memperkirakan g , sehingga untuk pendekatan ini $n_T = 1$. Di sisi lain, dalam penggunaan Metode 1, penentuan rata-rata T dilakukan terlebih dahulu sebelum menggunakan persamaan (2), sehingga n_T lebih besar dari satu. Ini berarti bahwa

$$\beta_1 \approx 30 \left(\frac{s_T}{n_T \bar{T}} \right)^2 \quad \beta_2 \approx 30 \left(\frac{s_T}{\bar{T}} \right)^2$$

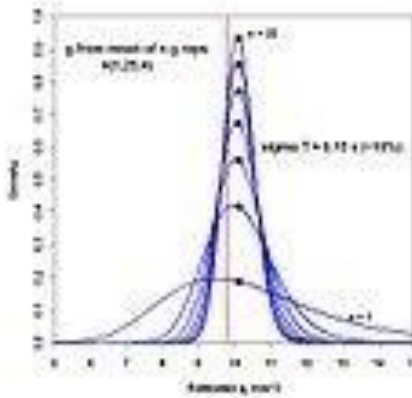
yang menyatakan bahwa bias Tipe II Metode 2 tidak berkurang dengan ukuran sampel, melainkan konstan. Varians dari perkiraan g , di sisi lain, dalam kedua kasus

$$\sigma_g^2 \approx \left(\frac{-8\bar{L}\pi^2}{\bar{T}^3} \alpha(\bar{\theta}) \right)^2 \frac{\sigma_T^2}{n_T}$$

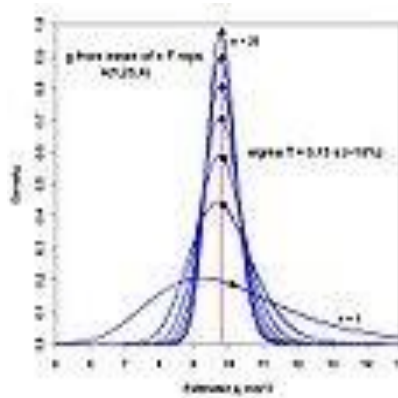
karena dalam kedua metode pengukuran n_T digunakan untuk membentuk perkiraan g rata-rata. Hal ini membuktikan bahwa varians berkurang dengan ukuran sampel untuk kedua metode.

Efek ini diilustrasikan pada Gambar 3.6 dan 3.7. Gambar 3.6 menyajikan PDF dari seri estimasi g menggunakan Metode 2 dengan kesalahan relatif besar dalam pengukuran T , dan ukuran sampel yang bervariasi. Kesalahan relatif pada variable T lebih besar dari bias sehingga cukup jelas terlihat. Dalam gambar, titik-titik menunjukkan rata-rata bias yang jelas tidak berubah dengan bertambahnya n . Varians, atau lebar PDF, menjadi lebih kecil dengan

meningkatnya n , demikian halnya dengan bentuk PDF yang menjadi lebih simetris. Gambar 3.7 menyajikan PDF estimasi g yang diperoleh menggunakan Metode 1. Terlihat bahwa PDF mengumpul menuju nilai g yang tepat yakni 9,8 m/s² yang membuktikan bahwa dengan bertambahnya jumlah pengukuran dan varians juga menurun. Dari sini disimpulkan bahwa Metode 1 adalah pendekatan yang lebih disukai untuk data pengolahan pendulum, atau data lainnya



Gambar 3.6



Gambar 3.7

Diskusi/Pembahasan

Kesalahan sistematis dalam pengukuran besaran eksperimental menyebabkan bias dalam kuantitas yang diturunkan. Besaran tersebut dihitung menggunakan persamaan (6) atau persamaan (7), dan juga persamaan (14). Bias yang dibahas disini muncul dari transformasi linier variabel acak yang sering diterapkan dalam memperoleh kuantitas turunan. Bias transformasi dipengaruhi oleh ukuran relatif varians kuantitas yang diukur dibagi dengan nilainya sendiri. Semakin besar rasio ini, PDF lebih miring yang berarti bias semakin besar.

Aproksimasi deret Taylor menyediakan cara yang sangat berguna untuk memperkirakan kedua bias dan variabilitas untuk kasus-kasus di mana kuantitas PDF berasal tidak diketahui. Rataan dapat diestimasi menggunakan Persamaan (14) sedangkan varians menggunakan persamaan (13) atau persamaan (15). Terdapat kemungkinan situasi di mana pendekatan deret Taylor ordo pertama tidak tepat - terutama jika salah satu komponen variabel hilang. Dalam keadaan demikian dapat dicoba untuk digunakan deret ekspansi Taylor orde kedua.

Ukuran sampel merupakan pertimbangan penting dalam desain eksperimental. Untuk menggambarkan pengaruh ukuran sampel, persamaan (18) dapat ditulis kembali

$$RE_{\hat{g}} = \frac{\hat{\sigma}_g}{\hat{g}} \approx \sqrt{\left(\frac{s_L}{n_L \bar{L}}\right)^2 + 4\left(\frac{s_T}{n_T \bar{T}}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\theta}}{2}\right)^4 \left(\frac{s_\theta}{n_\theta \bar{\theta}}\right)^2}$$

dimana nilai rata-rata (bar) dan standar deviasi estimasi s akan ditampilkan, dan n adalah ukuran sampel masing-masing. Pada prinsipnya, dengan menggunakan n sangat besar RE dari g diperkirakan dapat didorong ke nilai yang lebih kecil.

Uraian tentang perbedaan antara varians dan rata-rata kuadrat sesatan (MSE = Mean Square Error) telah dipaparkan sebelumnya. Pada dasarnya, MSE memperkirakan variabilitas dari suatu distribusi. Keragaman ini terdiri dari (1) variabilitas terhadap rata-rata yang diamati, dan (2) istilah yang menyatakan seberapa jauh keberartian sumbangan hasil pengamatan terhadap nilai rata-rata yang benar. Jadi,

$$MSE = \sigma^2 + \beta^2$$

dimana β adalah bias (jarak). Ini adalah aplikasi statistik dari teorema sumbu sejajar dalam mekanika. Sebagai rangkuman, pendekatan linierisasi untuk transformasi nilai rata-rata yang diharapkan dan varians dari suatu variabel acak nonlinearly sangat berguna, dan jauh lebih sederhana untuk penentuan PDF.

Penurunan Persamaan Perambatan Sesatan

Garis besar prosedur

1. Untuk fungsi z sebagai fungsi dari beberapa variabel acak x , dicari rata-rata dan varians z .
2. Pendekatan langsung adalah untuk menemukan PDF dari z dan kemudian menemukan rata-rata dan varians:

$$E[z] = \int z \text{PDF}_z dz \quad \text{Var}[z] = \int (z - E[z])^2 \text{PDF}_z dz$$

3. Tentukan PDF yang nontrivial, walaupun ini bukan metode praktis untuk tujuan analisis data biasa. Jika PDF dapat ditentukan, tentukan bilamana terjadi kesalahan.
4. Solusinya adalah dengan memperluas fungsi z dalam orde kedua deret Taylor; ekspansi dilakukan di sekitar nilai rata-rata dari x untuk beberapa variabel. (Biasanya ekspansi dilakukan untuk ordo pertama saja; ordo kedua diperlukan untuk menemukan bias dalam rata-rata. Bias yang diperoleh dari ordo kedua biasanya berkurang bila varians ditemukan).
5. Menggunakan deret ekspansi, kita dapat menemukan nilai yang diharapkan. Ini merupakan pendekatan untuk menentukan rata-rata dari z .

6. Menggunakan ekspresi untuk nilai z yang diharapkan, dengan melibatkan turunan parsial terhadap variabel acak x , dan merumuskan estimasi varians:

$$\text{Var}[z] \equiv E[(z - E[z])^2]$$

Lakukan penyederhaan secara aljabra untuk penentuan $(z - E[z])$.

7. Untuk sebagian besar tujuan penggunaan deret ekspansi ordo pertama sudah.
8. Cari nilai yang diharapkan dari hasil tersebut. Ini akan menjadi pendekatan untuk nilai varians dari z .

Deret Taylor Multivariat

Berikut ini adalah hubungan fundamental ekspansi Taylor ordo dua yang digunakan dalam aproksimasi:

$$z(x_1, x_2, \dots, x_p) \approx z(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_p) + \sum_{i=1}^p \frac{\partial z}{\partial x_i} \Big|_{\bar{x}_i} (x_i - \bar{x}_i) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \frac{\partial^2 z}{\partial x_i \partial x_j} \Big|_{\bar{x}_i, \bar{x}_j} (x_i - \bar{x}_i)(x_j - \bar{x}_j)$$

Contoh ekspansi: $p = 2$

$$z(x_1, x_2) \approx z(\bar{x}_1, \bar{x}_2) + \frac{\partial z}{\partial x_1} (x_1 - \bar{x}_1) + \frac{\partial z}{\partial x_2} (x_2 - \bar{x}_2) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 z}{\partial x_1 \partial x_2} (x_1 - \bar{x}_1)(x_2 - \bar{x}_2) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 z}{\partial x_2 \partial x_1} (x_2 - \bar{x}_2)(x_1 - \bar{x}_1) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 z}{\partial x_1 \partial x_1} (x_1 - \bar{x}_1)(x_1 - \bar{x}_1) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 z}{\partial x_2 \partial x_2} (x_2 - \bar{x}_2)(x_2 - \bar{x}_2)$$

Persamaan ini dapat direduksi menjadi

$$z(x_1, x_2) \approx z(\bar{x}_1, \bar{x}_2) + \frac{\partial z}{\partial x_1} (x_1 - \bar{x}_1) + \frac{\partial z}{\partial x_2} (x_2 - \bar{x}_2) + \frac{\partial^2 z}{\partial x_1 \partial x_2} (x_1 - \bar{x}_1)(x_2 - \bar{x}_2) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 z}{\partial x_1^2} (x_1 - \bar{x}_1)^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 z}{\partial x_2^2} (x_2 - \bar{x}_2)^2$$

Aproksimasi untuk rata-rata z

Menggunakan hasil yang telah diperoleh sebelumnya, ambil nilai yang diekspektasi:

$$E[z(\bar{x}_1, \bar{x}_2)] = z(\mu_1, \mu_2) \quad E\left[\frac{\partial z}{\partial x_1}(x_1 - \bar{x}_1)\right] = \frac{\partial z}{\partial x_1}E[(x_1 - \bar{x}_1)] = 0$$

Karena nilai ekspektasi dari suatu jumlah atau perbedaan adalah jumlah atau selisih dari nilai-nilai ekspektasi tersebut, maka untuk setiap i berlaku

$$E[x_i - \bar{x}_i] = E[x_i] - E[\bar{x}_i] = \mu_i - \mu_i = 0$$

Selanjutnya,

$$E\left[\frac{1}{2}\frac{\partial^2 z}{\partial x_1^2}(x_1 - \bar{x}_1)^2\right] = \frac{1}{2}\frac{\partial^2 z}{\partial x_1^2}E[(x_1 - \bar{x}_1)^2] = \frac{1}{2}\frac{\partial^2 z}{\partial x_1^2}\sigma_1^2$$

Demikian juga untuk x_2 dan akhirnya,

$$E\left[\frac{\partial^2 z}{\partial x_1 \partial x_2}(x_1 - \bar{x}_1)(x_2 - \bar{x}_2)\right] = \frac{\partial^2 z}{\partial x_1 \partial x_2}E[(x_1 - \bar{x}_1)(x_2 - \bar{x}_2)] = \frac{\partial^2 z}{\partial x_1 \partial x_2}\sigma_{1,2}$$

dimana $\sigma_{1,2}$ adalah kovarians dari x_1 dan x_2 . Kemudian ekspresikan pendekatan tersebut untuk rata-rata dari variabel acak turunan (z):

$$E[z] \approx z(\mu_1, \mu_2) + \frac{1}{2}\left\{\frac{\partial^2 z}{\partial x_1^2}\sigma_1^2 + \frac{\partial^2 z}{\partial x_2^2}\sigma_2^2\right\} + \frac{\partial^2 z}{\partial x_1 \partial x_2}\sigma_{1,2}$$

Aproksimasi untuk varians z

Berdasarkan definisi varians, langkah selanjutnya adalah mengurangi nilai ekspektasi z yang baru yang diperoleh dari perluasan z dengan nilai ditemukan sebelumnya. Ini menghasilkan

$$(z - E[z])^2 \approx \left[\begin{aligned} &\left\{ \frac{\partial z}{\partial x_1}(x_1 - \bar{x}_1) + \frac{\partial z}{\partial x_2}(x_2 - \bar{x}_2) \right\} + \\ &\frac{\partial^2 z}{\partial x_1 \partial x_2}[(x_1 - \bar{x}_1)(x_2 - \bar{x}_2) - \sigma_{1,2}] + \\ &\frac{1}{2}\frac{\partial^2 z}{\partial x_1^2}[(x_1 - \bar{x}_1)^2 - \sigma_1^2] + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 z}{\partial x_2^2}[(x_2 - \bar{x}_2)^2 - \sigma_2^2] \end{aligned} \right]^2$$

Jelas bahwa pertimbangan menggunakan deret ekspansi orde kedua menjadi lebih rumit dan tidak praktis. Berpatokan pada asumsi linier maka:

$$(z - E[z])^2 \approx \left(\frac{\partial z}{\partial x_1}\right)^2(x_1 - \bar{x}_1)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial x_2}\right)^2(x_2 - \bar{x}_2)^2 + 2\left(\frac{\partial z}{\partial x_1}\right)\left(\frac{\partial z}{\partial x_2}\right)(x_1 - \bar{x}_1)(x_2 - \bar{x}_2)$$

Tahap akhir adalah mengambil nilai ekspektasi dari

$$\text{Var}[z] \equiv E[(z - E[z])^2] \approx \left(\frac{\partial z}{\partial x_1}\right)^2 E[(x_1 - \bar{x}_1)^2] + \left(\frac{\partial z}{\partial x_2}\right)^2 E[(x_2 - \bar{x}_2)^2] + 2\left(\frac{\partial z}{\partial x_1}\right)\left(\frac{\partial z}{\partial x_2}\right) E[(x_1 - \bar{x}_1)(x_2 - \bar{x}_2)]$$

Yang memberikan hasil yang dikenal secara umum:

$$\text{Var}[z] \approx \left(\frac{\partial z}{\partial x_1}\right)^2 \sigma_1^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial x_2}\right)^2 \sigma_2^2 + 2\left(\frac{\partial z}{\partial x_1}\right)\left(\frac{\partial z}{\partial x_2}\right) \sigma_{1,2}$$

dan generalisasinya untuk p variable sebagai formula perambatan sesatan (*propagation of error*):

$$\text{Var}[z] \approx \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \left(\frac{\partial z}{\partial x_i}\right) \left(\frac{\partial z}{\partial x_j}\right) \sigma_{i,j}$$

dengan pengertian bahwa kovarians dari variabel dengan dirinya sendiri adalah varians. Adalah penting untuk mengenali bahwa semua turunan parsial harus dievaluasi terhadap rata-rata dari masing-masing variabel x . Untuk memperkuat ini,

$$E[z] \approx z(\bar{x}_1, \bar{x}_2) + \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial^2 z}{\partial x_1^2} \Big|_{\bar{x}_1} \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\partial^2 z}{\partial x_2^2} \Big|_{\bar{x}_2} \frac{\sigma_2^2}{n_2} \right\} + \frac{\partial^2 z}{\partial x_1 \partial x_2} \Big|_{\bar{x}_1, \bar{x}_2} \frac{\sigma_{1,2}}{n_{1,2}}$$

$$\text{Var}[z] \approx \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \left(\frac{\partial z}{\partial x_i}\right)_{\bar{x}_i} \left(\frac{\partial z}{\partial x_j}\right)_{\bar{x}_j} \frac{\sigma_{i,j}}{n_{i,j}}$$

Rangkuman

Kasus 1 univariat

$$z = a x^r \quad x \sim N(\mu, \sigma^2) \quad a, r \text{ constants}$$

catatan: r bisa integer atau pecahan, positif atau negatif (atau nol). Jika r negatif, pastikan bahwa rentang dari x tidak termasuk nol. Jika r pecahan pastikan bahwa x tidak negatif. " n " adalah ukuran sampel. Ekspresi ini didasarkan pada "Metode 1" analisis data, di mana nilai-nilai yang diamati dari x adalah rata-rata sebelum ditransformasi.

Bias tipe 1, mutlak (absolute)(1.1)

$$\Delta z \approx a r \mu^{r-1} \Delta x$$

Bias tipe 1, relative (fraksional).....(1.2)

$$\frac{\Delta z}{z} \approx r \frac{\Delta x}{\mu}$$

Rataan (nilasi ekspektasi).....(1.3)

$$E[z] = \mu_z \approx a\mu^r + \frac{1}{2}ar(r-1)\mu^{r-2}\frac{\sigma^2}{n}$$

Bias Tipe II, mutlak/absolute..... (1.4)

$$\beta \approx \frac{ar(r-1)\mu^r}{2n} \left(\frac{\sigma}{\mu}\right)^2$$

Bias Tipe II, fraksional.....(1.5)

$$\frac{\beta}{z} \approx \frac{r(r-1)}{2n} \left(\frac{\sigma}{\mu}\right)^2$$

Varians, mutlak.....(1.6)

$$\sigma_z^2 \approx (ar\mu^{r-1})^2 \frac{\sigma^2}{n} = \frac{(ar\mu^r)^2}{n} \left(\frac{\sigma}{\mu}\right)^2$$

Simpangan baku, fraksional..... (1.7)

$$\frac{\sigma_z}{z} \approx \sqrt{\frac{a^2 r^2 \mu^{2r-2} \frac{\sigma^2}{n}}{a^2 \mu^{2r}}} = \frac{r}{\sqrt{n}} \left(\frac{\sigma}{\mu}\right)$$

Komentar:

- (1) Tipe I Bias persamaan 1,1 dan 1,2 tidak terpengaruh oleh ukuran sampel n.
- (2) Persamaan (1.4) adalah penataan kembali suku kedua pada persamaan (1,3).
- (3) Bias tipe II dan varians serta deviasi standar semuanya menurun dengan bertambahnya ukuran sampel. Besaran-besaran tersebut juga menurun ketika standar deviasi dari x, yakni σ lebih kecil kecil dibandingkan dengan rataaan μ .

Kasus 2 Univariat

$$z = a e^{bx} \quad x \sim N(\mu, \sigma^2) \quad a, b \text{ constants}$$

catatan: b dapat positif atau negatif. N adalah ukuran sampel. Perlu diingat bahwa efektivitas ekspektasi sangat tergantung pada ukuran relatif dari μ , σ , dan b.

Bias Tipe I, absolut... (2.1)

$$\Delta z \approx a b e^{b\mu} \Delta x$$

Bias Tipe I, relatif (fraksional)... (2.2)

$$\frac{\Delta z}{z} \approx b \Delta x$$

Rataan (nilai ekspektasi)... (2.3)

$$E[z] = \mu_z \approx a e^{b\mu} + \frac{1}{2} a b^2 e^{b\mu} \frac{\sigma^2}{n}$$

Bias Tipe II, absolut... (2.4)

$$\beta \approx \frac{1}{2} a b^2 e^{b\mu} \frac{\sigma^2}{n}$$

Bias Tipe II, fraksional... (2.5)

$$\frac{\beta}{z} \approx \frac{b^2 \sigma^2}{2n}$$

Varians, absolut... (2.6)

$$\sigma_z^2 \approx (a b e^{b\mu})^2 \frac{\sigma^2}{n}$$

Simpangan Baku, fraksional... (2.7)

$$\frac{\sigma_z}{z} \approx \sqrt{\frac{(a b e^{b\mu})^2 \frac{\sigma^2}{n}}{a^2 e^{2b\mu}}} = b \frac{\sigma}{n}$$

Kasus 3 Univariat

$$z = a \ln(bx) \quad x \sim N(\mu, \sigma^2) \quad a, b \text{ constants}$$

catatan: b dan x harus positif. N adalah ukuran sampel. Harus diingat bahwa efektivitas dari perkiraan sangat tergantung pada ukuran relatif dari μ , σ , dan b.

Bias Tipe I, absolut... (3.1)

$$\Delta z \approx a \frac{\Delta x}{\mu}$$

Bias Tipe I, relatif (fraksional)..... (3.2)

$$\frac{\Delta z}{z} \approx \frac{\Delta x}{\mu \ln(b\mu)}$$

Rataan (nilai ekspektasi)..... (3.3)

$$E[z] = \mu_z \approx a \ln(b\mu) - \frac{1}{2} \frac{a}{\mu^2} \frac{\sigma^2}{n}$$

Bias Tipe II, absolut..... (3.4)

$$\beta \approx - \frac{a}{2n} \left(\frac{\sigma}{\mu} \right)^2$$

Bias Tipe II, fraksional..... (3.5)

$$\frac{\beta}{z} \approx - \frac{1}{2n \ln(b\mu)} \left(\frac{\sigma}{\mu} \right)^2$$

Varians, absolut..... (3.6)

$$\sigma_z^2 \approx \frac{a^2}{n} \left(\frac{\sigma}{\mu} \right)^2 \Rightarrow \sigma_z \approx \frac{a}{\sqrt{n}} \left(\frac{\sigma}{\mu} \right)$$

Simpangan baku, fraksional..... (3.7)

$$\frac{\sigma_z}{z} \approx \frac{1}{\sqrt{n} \ln(b\mu)} \left(\frac{\sigma}{\mu} \right)$$

Kasus 1 Multivariat

$$z = a x_1 + b x_2 \quad [x_1 \ x_2] \sim BVN(\mu_1, \mu_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \sigma_{1,2}) \quad a, b \text{ constants}$$

Catatan: BVN adalah PDF Normal bivariat. “n” adalah ukuran sampel.

Bias Tipe I, absolut..... (4.1)

$$\Delta z \approx a \Delta x_1 + b \Delta x_2$$

Bias Tipe I, relatif (fraksional)..... (4.2)

$$\frac{\Delta z}{z} \approx \frac{a \Delta x_1 + b \Delta x_2}{a\mu_1 + b\mu_2}$$

Rataan (nilai ekspektasi).....(4.3)

$$E[z] = \mu_z \approx a\mu_1 + b\mu_2$$

Bias Tipe II, absolut..... (4.4)

$$\beta = 0$$

Bias Tipe II, fraksional..... (4.5)

$$\frac{\beta}{z} = 0$$

Varians, absolute..... (4.6)

$$\sigma_z^2 \approx \frac{1}{n} [a^2\sigma_1^2 + b^2\sigma_2^2 + 2ab\sigma_{1,2}]$$

Simpangan baku, fraksional..... (4.7)

Persamaan ini rumit, tidak ada titik dan tidak ada cara penyederhanaan untuk penggunaannya sehingga digunakan persamaan (4.6)

Kasus 2 Multivariat

$$z = a x_1^\alpha x_2^\beta \quad [x_1 x_2] \sim BVN(\mu_1, \mu_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \sigma_{1,2}) \quad \alpha, \beta \text{ constants}$$

Bias Tipe I, absolut... ..(5.1)

$$\Delta z \approx (a\alpha\mu_1^{\alpha-1}\mu_2^\beta)\Delta x_1 + (a\beta\mu_1^\alpha\mu_2^{\beta-1})\Delta x_2$$

Bias Tipe, relatif (fraksional). ..(5.2)

$$\frac{\Delta z}{z} \approx \alpha \frac{\Delta x_1}{\mu_1} + \beta \frac{\Delta x_2}{\mu_2}$$

Rataan (nilai ekspektasi).....(5.3)

$$E[z] = \mu_z \approx a\mu_1^\alpha\mu_2^\beta + \frac{a}{2n} \left[\begin{array}{l} \left(\alpha(\alpha-1)\mu_1^{\alpha-2}\mu_2^\beta \right) \sigma_1^2 + \\ \left(\beta(\beta-1)\mu_1^\alpha\mu_2^{\beta-2} \right) \sigma_2^2 + \\ \left(2\alpha\beta\mu_1^{\alpha-1}\mu_2^{\beta-1} \right) \sigma_{1,2} \end{array} \right]$$

Bias Tipe II, absolut..... (5.4)

$$\beta \approx \frac{a}{2n} \left[\begin{array}{l} \left(\alpha(\alpha-1) \mu_1^{\alpha-2} \mu_2^\beta \right) \sigma_1^2 + \\ \left(\beta(\beta-1) \mu_1^\alpha \mu_2^{\beta-2} \right) \sigma_2^2 + \\ \left(2\alpha\beta \mu_1^{\alpha-1} \mu_2^{\beta-1} \right) \sigma_{1,2} \end{array} \right]$$

Bias Tipe II, fraksional.....(5.5)

$$\frac{\beta}{z} = \frac{1}{2n} \left[\alpha(\alpha-1) \left(\frac{\sigma_1}{\mu_1} \right)^2 + \beta(\beta-1) \left(\frac{\sigma_2}{\mu_2} \right)^2 + 2\alpha\beta \left(\frac{\sigma_{1,2}}{\mu_1 \mu_2} \right) \right]$$

Varians, absolut..... (5.6)

$$\sigma_z^2 \approx \frac{a^2}{n} \left[\left(\alpha \mu_1^{\alpha-1} \mu_2^\beta \right)^2 \sigma_1^2 + \left(\beta \mu_1^\alpha \mu_2^{\beta-1} \right)^2 \sigma_2^2 + \left(2\alpha\beta \mu_1^{2\alpha-1} \mu_2^{2\beta-1} \right) \sigma_{1,2} \right]$$

Simpangan Baku, fraksional.....(5.7)

$$\frac{\sigma_z}{z} \approx \sqrt{\frac{\alpha^2}{n} \left(\frac{\sigma_1}{\mu_1} \right)^2 + \frac{\beta^2}{n} \left(\frac{\sigma_2}{\mu_2} \right)^2 + \frac{2\alpha\beta}{n} \left(\frac{\sigma_{1,2}}{\mu_1 \mu_2} \right)}$$

Tugas rangkuman

1. Ambil contoh kegiatan eksperimen alat jatuh adwood. Jelaskan factor sesatan utama pengukuran dan bagaimana rampatan sesatan dalam estimasi percepatan gravitasi
2. Metode mana yang paling sederhana yang dipilih untuk menganalisis bias eksperimen alat jatuh adwood
3. Buatlah rangkuman/intisari materi Bab 3

4. UJI SENSITIVITAS AMPLITUDO FOURIER

4.1. Pendahuluan

Pada bagian ini akan dibahas konsep pemodelan fungsi Fourier dan Uji Sensitivitas Amplitudo Fourier (FAST: Fourier Amplitude Sensitivity Test). Pemodelan dan uji validitas fungsi Fourier hasil pemodelan, sangat penting dalam pemodelan iklim mikro. Pemodelan fungsi Fourier relevan dengan perubahan iklim mikro yang bersifat periodic harian mengikuti penyinaran matahari.

Uji sensitivitas amplitude fungsi Fopurier atau (FAST: Fourier amplitude sensitivity testing) adalah metode analisis sensitivitas global berbasis varians. Nilai sensitivitas ditetapkan berdasarkan varians-varians kondisional yang menunjukkan efek individual atau efek bersama dari ketidak pastian masukan terhadap luaran (Wikipedia).

FAST pertama merupakan varians bersyarat melalui koefisien dari ekspansi deret Fourier beberapa fungsi output. Kemudian ergodic Teorema diterapkan untuk mengubah integral multi-dimensi ke terpisahkan satu dimensi dalam evaluasi koefisien Fourier. Satu set frekuensi sepadan diperlukan untuk melakukan transformasi dan frekuensi yang paling tidak rasional. Untuk memudahkan perhitungan satu set frekuensi bilangan bulat telah dipilih sebagai ganti frekuensi irasional. Frekuensi bilangan bulat tidak ketat sepadan, sehingga kesalahan antara terpisahkan multi-dimensi dan terpisahkan satu dimensi berubah. Namun, frekuensi integer dapat dipilih untuk menjadi sepadan untuk urutan apapun sehingga kesalahan dapat dikontrol memenuhi persyaratan presisi dalam teori. Menggunakan frekuensi integer dalam transformasi integral, fungsi mengakibatkan terpisahkan satu dimensi adalah periodik dan integral hanya perlu untuk mengevaluasi dalam periode tunggal. Selanjutnya, karena fungsi terpisahkan terus menerus dapat pulih dari satu set titik sampling terbatas jika Teorema sampling Nyquist-Shannon puas, integral satu dimensi ditinjau dari penjumlahan nilai-nilai fungsi pada titik sampling yang dihasilkan.

FAST lebih efisien untuk menghitung kepekaan dari lainnya varians berbasis metode analisis sensitivitas global melalui integrasi Monte Carlo. Namun perhitungan dengan FAST biasanya terbatas pada kepekaan mengacu pada "efek utama" atau "efek total".

4.2. Beberapa artikel tentang FAST

1. FAST dengan pendekatan statistic dalam menyederhanakan komputasi parametisasi permukaan

Abstrak

Parametrisasi permukaan tanah berdasarkan pendekatan statistik-dinamis saat ini telah dikemukakan untuk meningkatkan representasi permukaan yang sifatnya heterogen dalam model atmosferik. Dengan pendekatan ini, karakteristik permukaan tanah digambarkan terlebih dahulu menggunakan fungsi kerapatan peluang (Probability Density Functions - PDF) daripada menggunakan nilai tunggal untuk parametrisasi daun yang ukurannya luas. Namun penggunaan hasil PDF yang banyak akan meningkatkan beban komputasi dan membutuhkan cara pemecahan masalah yang lebih kompleks menggunakan covariances antara PDF yang menjadi tujuan analisis. Dalam penelitian ini, analisis sensitivitas parameterisasi permukaan tanah untuk pemodelan atmosferik dilakukan untuk mengevaluasi parameter permukaan paling menentukan variabilitas fluks panas permukaan. Uji sensitivitas amplitude Fourier (Fourier Amplitude Sensitivity Test - FAST) digunakan menentukan kontribusi relatif dari parameter input terhadap varians fluks energi yang dihasilkan dari permukaan heterogen. Dengan memvariasikan secara simultan semua parameter sesuai dengan fungsi kepadatan probabilitas masing-masing, jumlah komputasi yang sangat banyak dapat direduksi menggunakan teknik ini. Analisis ini menunjukkan bahwa sebagian besar variabilitas fluks panas permukaan dapat dijelaskan oleh distribusi konduktansi stomata relatif dan kekasaran permukaan daun. Dengan demikian, pendekatan statistik-dinamis dapat disederhanakan dengan penggunaan hanya dua fungsi kerapatan probabilitas.

Pertanyaan rangkuman

- Bilamana atau pada kondisi mana kita membutuhkan pendekatan statistic dinamik dalam melakukan FAST?
- Apa prinsip yang digunakan dalam mereduksi proses komputasi FAST menggunakan pendekatan statistic dinamik, agar luaran analisis dijamin valid?

2 FAST menggunakan MCAT

Model-model permukaan lahan yang digunakan saat ini meningkatkan kompleksitas alam mendeskripsikan proses perubahan permukaan lahan tersebut. Peningkatan kompleksitas disebabkan oleh peningkatan jumlah parameter model, dimana sebagian parameter tersebut tidak dapat diukur secara langsung pada skala spasial yang besar. Kerangka model Monte Carlo dapat digunakan untuk mengevaluasi sensitivitas dan keteridentifikasi sepuluh parameter yang mengendalikan permukaan dan limpasan bawah permukaan dalam model Kapasitas Infiltrasi Variable (VIC).

Menggunakan Toolbox Analisis Monte Carlo (Monte Carlo Analisis Toolbox - MCAT), sensitivitas parameter yang dikaji pada empat DAS AS. Sensitivitas parameter dianalisis sepanjang gradien hydroclimatic, yang didasarkan data yang dikumpul selama 20 tahun untuk Percobaan Model Estimasi Parameter (MOPEX). Hasil penelitian menunjukkan bahwa simulasi aliran sungai dengan fungsi-fungsi yang berbeda, sensitif terhadap tiga parameter. Sensitivitas dari parameter infiltrasi (b) dan parameter drainase (exp) yang sangat terkait dengan gradien hydroclimatic. Akar vegetasi memiliki peran penting dalam sensitivitas simulasi model terhadap ketebalan lapisan tanah kedua. Overparameterization ditemukan dalam formulasi aliran dasar, menunjukkan bahwa versi sederhana dapat diterapkan. Parameter sensitivitas ternyata lebih kuat ditentukan oleh gradien iklim dibandingkan dengan perubahan sifat tanah. Hasil penelitian menunjukkan bahwa sebuah model yang kompleks dapat direduksi menjadi bentuk yang lebih sederhana (irit), sehingga menjadi lebih mudah dalam mengidentifikasi model. Meskipun sensitivitas parameter lebih valid untuk VIC, model ini dapat mewakili model hidrologi makro pada skala yang lebih luas, untuk dapat diterapkan pada kondisi dan model hidrologi lainnya.

Pertanyaan rangkuman

- Apa keunggulan penerapan MCAT dalam meng analisis sensitivitas.
- Bilamana dan pada kondisi bagaimana penggunaan MCAT menjadi penting dan apa keunggulannya,
- Apakah luaran analisis sensitivitas menggunakan MCAT pada satu ekosistem dapat secara langsung diterapkan pada ekosistem lain?
Jika ya apa alasannya.
Jika tidak, factor apa yang harus dipertimbangkan dan bagaimana caranya menerapkan MCAT.
- Jelaskan pada kondisi bagaimana analisis sensitivitas menggunakan MCAT menjadi tidak signifikan dengan analisis sensitivitas secara langsung terhadap data hasil pengukuran di lapangan

4.2.1. Sejarah

Metode FAST berasal dari studi tentang sistem reaksi kimia digabungkan pada tahun 1973 dan analisis rinci dari kesalahan komputasi dipresentasikan kedua tahun 1975. Hanya indeks sensitivitas orde pertama mengacu pada "efek utama" dihitung dalam metode asli. Sebuah komputer FORTRAN program yang

mampu menganalisis sistem persamaan baik algebraic atau diferensial diterbitkan pada tahun 1982. Pada 1990, hubungan antara indeks sensitivitas FAST dan yang Sobol yang dihitung dari Monte-Carlo simulasi itu terungkap dalam kerangka umum ANOVA seperti dekomposisi dan metode FAST diperpanjang dapat menghitung indeks sensitivitas mengacu pada "efek total" dikembangkan.

4.2.2. Dasar Uji Sensitivitas Berbasis Varians

Indeks sensitivitas dari metode berbasis varians dihitung melalui dekomposisi ANOVA-like dari fungsi untuk analisis. Misalkan fungsi ini $Y = f(\mathbf{X}) = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$ di mana $0 \leq X_j \leq 1, j = 1, \dots, n$. Dekomposisi ANOVA-like adalah:

$$f(X_1, X_2, \dots, X_n) = f_0 + \sum_{j=1}^n f_j(X_j) + \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{k=j+1}^n f_{jk}(X_j, X_k) + \dots + f_{12\dots n}$$

Pandang bahwa f_0 konstan dan integral dari setiap bagian sumasi adalah nol, yaitu

$$\int_0^1 f_{j_1 j_2 \dots j_r}(X_{j_1}, X_{j_2}, \dots, X_{j_r}) dX_{j_k} = 0, \quad 1 \leq k \leq r.$$

Varians kondisional yang mengkarakterisasi kontribusi setiap bagian dari varians total $f(\mathbf{X})$ adalah:

$$V_{j_1 j_2 \dots j_r} = \int_0^1 \dots \int_0^1 f_{j_1 j_2 \dots j_r}^2(X_{j_1}, X_{j_2}, \dots, X_{j_r}) dX_{j_1} dX_{j_2} \dots dX_{j_r}.$$

Varian total adalah bagian dari jumlah varians kondisional secara keseluruhan

$$V = \sum_{j=1}^n V_j + \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{k=j+1}^n V_{jk} + \dots + V_{12\dots n}.$$

Indeks sensitivitas didefinisikan sebagai varians kondisional yang dinormalkan:

$$S_{j_1 j_2 \dots j_r} = \frac{V_{j_1 j_2 \dots j_r}}{V}$$

Khusus sensitivitas ordo pertama:

$$S_j = \frac{V_j}{V}$$

Yang menunjukkan efek utama input X_j

Deret Fourier Multipel

Satu cara untuk menghitung dekomposisi ANOVA-like adalah didasarkan pada deret Fourier multipel. Fungsi dalam unit hiperkubik dapat diperluas melalui penggandaan fungsi periodic dan ekspansi Fourroer menjadi:

$$f(X_1, X_2, \dots, X_n) = \sum_{m_1=0}^{\infty} \sum_{m_2=0}^{\infty} \cdots \sum_{m_n=0}^{\infty} C_{m_1 m_2 \dots m_n} \exp [2\pi i (m_1 X_1 + m_2 X_2 + \cdots + m_n X_n)], \text{ for integers } m_1, m_2, \dots, m_n$$

Dimana koefisien Fourier adalah

$$C_{m_1 m_2 \dots m_n} = \int_0^1 \cdots \int_0^1 f(X_1, X_2, \dots, X_n) \exp [-2\pi i (m_1 X_1 + m_2 X_2 + \cdots + m_n X_n)].$$

Dekomposisi ANOVA-like adalah

$$f_0 = C_{00\dots 0}$$

$$f_j = \sum_{m_j \neq 0} C_{0\dots m_j \dots 0} \exp [2\pi i m_j X_j]$$

$$f_{jk} = \sum_{m_j \neq 0} \sum_{m_k \neq 0} C_{0\dots m_j \dots m_k \dots 0} \exp [2\pi i (m_j X_j + m_k X_k)]$$

$$f_{12\dots n} = \sum_{m_1 \neq 0} \sum_{m_2 \neq 0} \cdots \sum_{m_n \neq 0} C_{m_1 m_2 \dots m_n} \exp [2\pi i (m_1 X_1 + m_2 X_2 + \cdots + m_n X_n)].$$

Varians kondisional ordo pertama adalah

$$\begin{aligned} V_j &= \int_0^1 f_j^2(X_j) dX_j \\ &= \sum_{m_j \neq 0} |C_{0\dots m_j \dots 0}|^2 \\ &= 2 \sum_{m_j=1}^{\infty} (A_{m_j}^2 + B_{m_j}^2) \end{aligned}$$

Dimana A_{m_j} dan B_{m_j} masing-masing adalah bagian riil dan imajiner dari $C_{0\dots m_j \dots 0}$:

$$A_{m_j} = \int_0^1 \cdots \int_0^1 f(X_1, X_2, \dots, X_n) \cos(2\pi m_j X_j) dX_1 dX_2 \dots dX_n$$

$$B_{m_j} = \int_0^1 \cdots \int_0^1 f(X_1, X_2, \dots, X_n) \sin(2\pi m_j X_j) dX_1 dX_2 \dots dX_n$$

Teorema Ergodic

Dibutuhkan integral multi-dimensi untuk menghitung koefisien Fourier. Satu cara adalah mentransformasi integral multi-dimensi ke dalam integral satu-dimensi dengan menyatakan setiap input sebagai fungsi independent baru \mathfrak{S}

$$X_j(s) = \frac{1}{2\pi} (\omega_j s \bmod 2\pi), j = 1, 2, \dots, n$$

Dimana $\{\omega_j\}$ adalah satu perangkat frekwensi incommensurate, yakni

$$\sum_{j=1}^n \gamma_j \omega_j = 0$$

Untuk seperangkat bilangan bulat $\{\gamma_j\}$ jika dan hanya jika $\gamma_j = 0$ untuk setiap j . Then the Fourier coefficients can be calculated by a one-dimensional integral according to the ergodic theorem [7]

$$A_{m_j} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f(X_1(s), X_2(s), \dots, X_n(s)) \cos(2\pi m_j X_j(s)) ds$$

$$B_{m_j} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f(X_1(s), X_2(s), \dots, X_n(s)) \sin(2\pi m_j X_j(s)) ds$$

4.3. Implementasi

Frekwensi integer

Paling tidak ada satu frekuensi sepadan $\{\omega_j\}$ yang dapat dirasionalkan dengan semua frekwensi lain yang tidak dapat rasionalkan. Karena nilai numerik dari sebuah bilangan irasional tidak dapat diproses di komputer, dibutuhkan aproksimasi frekuensi sepadan dengan semua semua bilangan rasional yang diperlukan dalam implementasi. Tanpa kehilangan semua sifat umum, frekuensi dapat diatur sebagai bilangan bulat, untuk menggantikan setiap bilangan rasional. Satu set bilangan bulat $\{\omega_j\}$ merupakan padanan aproksimasi pada ordo M jika Untuk

$$\sum_{j=1}^n |\gamma_j| \leq M + 1$$

Dimana M adalah blangan bulat. Kondisi padanan eksak (The exact incommensurate condition) menjasi kasus ekstrim untuk $M \rightarrow \infty$.

Menggunakan frekwensi integer, maka fungsi dalam transformasi integral satu dimensi adalah periodic sehingga hanya dibutuhkan integrasi dalam periode 2π . Koefisien Fourier dapat dihitung sebagai:

$$A_{m_j} \approx \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(X_1(s), X_2(s), \dots, X_n(s)) \cos(m_j \omega_j s) ds := \hat{A}_{m_j}$$

$$B_{m_j} \approx \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(X_1(s), X_2(s), \dots, X_n(s)) \sin(m_j \omega_j s) ds := \hat{B}_{m_j}$$

Aproksimasi frekwensi berpadanan untuk M berhingga dihasilkan dalam perbedaan sesatan antara koefisien Fourier yang sesungguhnya A_{m_j} , B_{m_j}

dengan nilai estimasinya \hat{A}_{m_j} , \hat{B}_{m_j} . Semakin besar ordo M , sesatan makin kecil tapi membutuhkan pekerjaan computer yang lebih banyak untuk menentukan estimasi sesuai prosedur yang digunakan. Dalam praktik biasanya diambil M sama dengan 4 dan diperoleh table hasil frekwensi hingga 50 frekuensi (McRae *et al.*, 1982)

Kurva Pelacak

Transformasi $X_j(s) = \frac{1}{2\pi} (\omega_j s \bmod 2\pi)$, didefinisikan sebagai kurva dalam ruang input. Jika frekwensi $\omega_j, j = 1, \dots, n$, are berpadanan (incommensurate), maka kurva pelacak akan melalui setiap titik dalam ruang input untuk bervariasi antara 0 hingga 2π , sehingga integral multi-dimensi yang mencakup ruang input dapat dytransformasi secara akurat ke dalam integral satu dimensi sepanjang kurva pelacak. Akan tetapi, jika frekwensi diperkirakan berpadanan integer, maka kurva pelacak tidak akan melalui setiap titik dalam ruang input. Jika pada kenyataannya pelacakan diulang maka fungsi transeformasi berbentuk periodic dengan periode 2π . Integrtal satu dimensi dapat ditentukan dalam periode tunggal menggantikan interval tak hingga dari frekwensi padanan (incommensurate). Akan tetapi kesalahan komputasi dapat muncul karena aproksimasi “incommensuracy”.

Kurva Pelacak

Kurva pelacak dalam kasus $\omega_1 = \pi$ dan $\omega_2 = 7$. Karena frekuensi tidak sepadan, kurva pelacak tidak diulang dan dapat melewati setiap titik dalam kotak persegi. Kurva pelacak dalam kasus $\omega_1 = 3$ dan $\omega_2 = 7$. Karena frekuensi adalah bilangan bulat, yang kira-kira tdk sepadan, kurva pelacak diulang dan tidak dapat melewati setiap titik di kotak persegi. Kurva pelacak dalam kasus $\omega_1 = 11$ dan $\omega_2 = 7$. Karena frekuensi adalah bilangan bulat, yang kira-kira tdk sepadan, kurva pelacak diulang dan tidak dapat melewati setiap titik di kotak persegi.

Sampling

Koefisien Fourier yang diaproksimasi lebih lanjut dapat dinyatakan sebagai:

$$\hat{A}_{m_j} = \begin{cases} 0 & m_j \text{ odd} \\ \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} f(\mathbf{X}(s)) \cos(m_j \omega_j s) ds & m_j \text{ even} \end{cases}$$

Dan

$$\hat{B}_{m_j} = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} f(\mathbf{X}(s)) \sin(m_j \omega_j s) ds & m_j \text{ odd} \\ 0 & m_j \text{ even} \end{cases}$$

Integral tidak nol dapat dihitung dari titik-titik sampling

$$\hat{A}_{m_j} = \frac{1}{2q+1} \sum_{k=-q}^q f(\mathbf{X}(s_k)) \cos(m_j \omega_j s_k), m_j \text{ even}$$

$$\hat{B}_{m_j} = \frac{1}{2q+1} \sum_{k=-q}^q f(\mathbf{X}(s_k)) \sin(m_j \omega_j s_k), m_j \text{ odd}$$

Dimana titik sampling uniform dalam $[-\pi/2, \pi/2]$

$$s_k = \frac{\pi k}{2q+1}, k = -q, \dots, -1, 0, 1, \dots, q.$$

Banyaknya titik sampel adalah $2q+1$ yang memenuhi criteria Nyquist sampling, i.e.

$$2q+1 \geq N\omega_{max} + 1$$

Dimana ω_{max} is adalah frekwensi terbesar dalam $\{\omega_k\}$ dan N adalah ordo maksimum dari koefisien Fourier yang dihitung.

Jumlah Partial

Setelah menghitung koefisien Fourier estimasi, varians kondisional ordo pertama dapat diaproksimasi melalui:

$$\begin{aligned} V_j &= 2 \sum_{m_j=1}^{\infty} (A_{m_j}^2 + B_{m_j}^2) \\ &\approx 2 \sum_{m_j=1}^{\infty} (\hat{A}_{m_j}^2 + \hat{B}_{m_j}^2) \\ &\approx 2 \sum_{m_j=1}^2 (\hat{A}_{m_j}^2 + \hat{B}_{m_j}^2) \\ &= 2 (\hat{A}_{m_j=2}^2 + \hat{B}_{m_j=1}^2) \end{aligned}$$

Dimana hanya jumlah parsial dari dua bagian pertama yang dihitung dan $N = 2$ untuk menentukan jumlah titik sampel. Menggunakan jumlah parsial sebagaimana biasanya dan memadai untuk aproksimasi keseluruhan bagian berseesuaian dengan frekwensi dasar dan frekwensi dengan ordo yang lebih rendah yang biasanya berkontribusi jumlah keseluruhan

Sebagai tambahan, koefisien Fourier dalam sumasi adalah estimasi dari nilai sesungguhnya ditambah bagian dengan ordo yang lebih tinggi untuk meningkatkan akburasi komputasi. Disini frekwensi integer tidak berpadanan secara tepat, ada dua integer m_j dan m_k sedemikian rupa sehingga $m_j \omega_j = m_k \omega_k$. Interferensi antara dua frekwensi dapat terjadi pada bagian yang ordonya tinggi yang tercakup dalam sumasi.

Sama halnya varian dari $f(x)$ dapat dihitung sebagai:

$$V \approx \hat{A}_0[f^2] - \hat{A}_0[f]^2$$

Dimana $\hat{A}_0[f^2]$ menyatakan koefisien Fourier yang diestimasi dari fungsi f^2 dalam tanda kurung dan $\hat{A}_0[f]^2$ adalah koefisien Fourier persegi dari fungsi f . Akhirnya sensitivitas yang menunjukkan efek utama input dapat dihitung dari varians kondisional melalui varians total.

**5. PEMODELAN DAN
ANALISIS SENSITIVITAS
VARIABEL IKLIM MIKRO
DALAM HUTAN
MANGROVE**

5.1. Pendahuluan

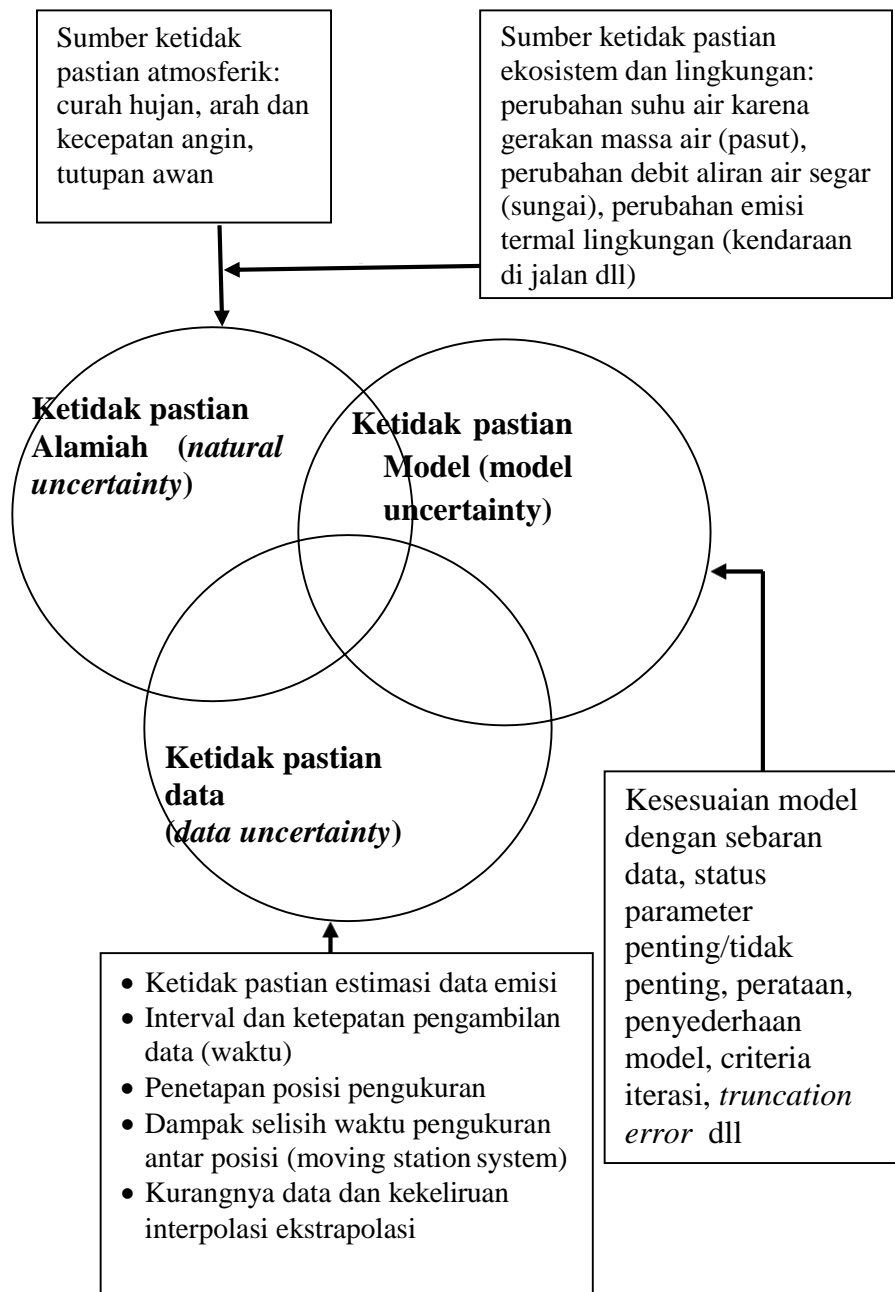
Bab 5 adalah bagian terakhir dari buku ini yang menyajikan contoh pemodelan dan hasil analisis sensitivitas variable iklim mikro dalam ekosistem hutan mangrove. Pada bagian ini dibahas langkah-langkah pemodelan temporal dan spasial iklim mikro, luaran dan hasil analisis sensitivitas variable suhu dan kelembaban udara. Pemodelan fungsi temporal dan spasial menggunakan data hasil pengukuran di lapangan pada enam transek yang memotong batas hutan mangrove dengan lingkungan yang berbeda-beda. Sensitivitas suhu dan kelembaban udara diuji dengan membedakan tiga pasangan transek sebagai berikut: (1) transek yang memotong batas mangrove dengan laut dan transek yang memotong batas mangrove dengan pantai bervegetasi, (2) transek dalam hutan mangrove yang terdapat ruang terbuka (celah) dan yang homogeny (tidak ada celah terbuka lebar), (3) transek dalam hutan mangrove terfragmentasi (terdapat tambalan) dan tidak terfragmentasi

5.2. Sumber Ketidak Pastian Data Pemodelan Iklim Mikro dalam Hutan Mangrove

Gambar 5.1. memperlihatkan tiga sumber ketidak pastian dalam pemodelan data iklim mikro dalam hutan mangrove, yakni:

- Ketidak pastian alamiah, meliputi ketidak pastian atmosferik dan ketidak pastian dalam ekosistem dan lingkungan
- Ketidak pastian pemodelan,
- Ketidak pastian data

Ketidak pastian alamiah sebagiannya dapat dikendalikan dan sebagiannya sulit untuk dikendalikan, misalnya perubahan arah dan kecepatan angin sepanjang hari. Pada kondisi dimana parameter signifikan terpengaruhi oleh sumber ketidak pastian yang tidak dapat dikendalikan, maka sumber ketidak pastian tersebut perlu diukur dan untuk mengontrol (misalnya melalui simulasi dalam pemodelan)



Gambar 5.1. Kerangka pemodelan dan sumber ketidak pastian

Pertanyaan untuk didiskusikan

1. Dalam penelitian iklim mikro pada satu ekosistem (hutan, pemukiman dll.), mungkinkah dapat muncul ketiga bentuk sumber ketidak pastian tersebut ?
2. Bagaimanakah hirarki ketidak pastian yang disebabkan oleh ketiga sumber ketika kita melakukan pengukuran dan analisis data hasil pengukuran di lapangan. Langkah-langkah apa yang harus dilakukan secara sistematis untuk mengendalikan ketidak pastian selama proses pengukuran hingga analisis data?
3. Jelaskan cara-cara yang dapat dilakukan untuk mereduksi ketidak pastian yang muncul dari ketiga sumber tersebut

A. Prosedur pemodelan fungsi temporal dan spasial iklim mikro ekosistem hutan

Perubahan temporal (harian) iklim mikro dikendalikan oleh penyinaran matahari, sehingga berbentuk periodic (sinusoidal). Langkah-langkah pengukuran (perolehan data) dan pemodelan fungsi temporal adalah sebagai berikut:

1. Penetapan transek pengukuran berdasarkan ekotipe hutan mangrove, lingkungan berbatasan, adanya tambalan, adanya celah, variasi tinggi tegakan mangrove, variasi tutupan kanopi..
2. Penetapan posisi pengukuran pada masing-masing transek, menggunakan jarak logaritmik terhadap tepi hutan sebagai posisi acuan. Posisi pengukuran sepanjang transek adalah: 4 m dan 2 m dari tepi ke arah luar hutan mangrove, di tepi (sebagai posisi acuan: $x = 0$), dan pada jarak 1 m, 2 m, 4 m, 8 m, 16 m, dan 32 m dari tepi. Jarak antar posisi pengukuran berpola logaritmik karena mengikuti perubahan spasial difusi termal dari lingkungan ke dalam hutan dan sebaliknya. Perubahan spasial energy termal dari tepi ke dalam hutan berbentuk eksponensial, terjal pada jarak dekat tepi dan semakin landai dengan bertambahnya jarak dari tepi
3. Pelaksanaan pengukuran atau pengambilan data variabel penelitian, dengan cara berpindah dari posisi paling luar hingga paling dalam. Selisih waktu memulai pengukuran dari posisi satu ke posisi berikutnya dicatat untuk sinkronisasi data. Pada setiap posisi, diukur sekaligus variabel suhu udara, kelembaban udara, kuat penerangan dan suhu tanah.
4. Identifikasi jenis mangrove, pengukuran tinggi pohon, dan tutupan kanopi (menggambar area yang ditembusi cahaya pada arah vertikal), dilakukan belakangan pada saat pasut maksimum, sekitar jam 12.00. Data ini

dibutuhkan terkait dengan penentuan factor input dan pengaruhnya terhadap perubahan parameter iklim mikro.

5. Tabulasi data hasil pengukuran (masing-masing variabel per transek) dalam format matriks, dengan barisnya adalah posisi pengukuran, dan kolomnya adalah waktu pengukuran. Format matriks data seperti Table 5.1.

Tabel 5.1. Format tabulasi data hasil pengukuran

Variabel:Lokasi:no. transek:

Posisi	waktu pengukuran					
	06.00	07.00		t_i		06.00
- 4 m				$T(-4,t_i)$		
- 2 m						
0				$T(0,t_i)$		
1 m						
2 m						
4 m						
8 m						
16 m						
32 m				$T(32,t_i)$		

6. Pemodelan perubahan temporal harian variabel suhu udara, kelembaban udara, kuat penerangan dan suhu tanah/air. Pemodelan perubahan temporal variabel iklim mikro menggunakan prosedur pemodelan fungsi Fourier. Pemodelan ini dilakukan per posisi pengukuran, sehingga dihasilkan fungsi perubahan temporal untuk masing-masing posisi pengukuran. Model fungsi Fourier untuk masing-masing posisi pengukuran adalah:

$$T t = T_0 + \sum_{m=1}^{N/2} a_m \cos \omega_m t + b_m \sin \omega_m t \dots \dots \dots (5-1)$$

$$\omega_m = 2\pi m/N \dots \dots \dots (5-2a)$$

$$a_m = \frac{2}{N} \sum_{t=0}^{N-1} f(t) \cos \omega_m t \dots \dots \dots (5-2b)$$

$$b_m = \frac{2}{N} \sum_{t=0}^{N-1} f(t) \sin \omega_m t \dots \dots \dots (5-2c)$$

m adalah pencacah harmonik, dan N adalah banyaknya data (pasangan data variabel bebas waktu (t) dan variabel terikat suhu udara (T)), $f(t)$ adalah data suhu udara hasil pengukuran di lapangan.

Pengukuran selama 24 jam dengan interval satu jam untuk variabel: suhu udara, kelembaban udara, suhu air/tanah, menghasilkan 24 data ($N = 24$). Variabel kuat penerangan diukur mulai jam 06.00 sampai jam 18.00 dengan interval waktu pengukuran satu jam, menghasilkan jumlah data $N = 13$. Banyaknya harmonik adalah $N/2$, sehingga untuk 24 data pengamatan, nilai m adalah: 1, 2,,12. Banyaknya harmonik untuk variabel kuat penerangan adalah 6 harmonik, diperoleh dari jumlah data $N = 13$ dibagi 2. Harmonik adalah bilangan cacah, sehingga untuk $N = 13$, $m = 6$. Langkah pemodelan fungsi Fourier adalah:

- a. Menentukan nilai koefisien a_m dan b_m , menggunakan persamaan (5-2b) dan (5-2c).
- b. Menentukan koefisien $c_m^2 = a_m^2 + b_m^2$.
- c. Menentukan sumbangan keragaman: $s_m = (c_m^2 / (2 \cdot \sigma)) * 100$

σ adalah simpangan baku data variabel iklim mikro. Tahapan ini menghasilkan nilai a_m , b_m , c_m dan s_m untuk $m = 1, 2, \dots, 12$. Data besaran sumbangan keragaman (s_m), dijadikan acuan penentuan banyaknya harmonik yang dibutuhkan untuk mengkonstruksi fungsi suhu (dan variabel iklim mikro lainnya). Penyimpangan data model terhadap data hasil pengukuran, semakin kecil jika diambil harmonik yang lebih banyak. Fungsi temporal yang tidak berfluktuasi besar dapat dikonstruksi dari beberapa suku pertama, tapi jika fungsi temporal sangat berfluktuasi, maka digunakan seluruh harmonik.

Tahapan ini, menampilkan grafik perubahan temporal variabel iklim mikro untuk setiap posisi pengukuran, dan luaran tentang nilai maksimum siang hari dan malam hari, besaran dan waktu tercapainya selisih maksimum antara posisi tepi dengan interior hutan dll.

7. Sinkronisasi data antar posisi. Sinkronisasi ini harus dilakukan karena data tidak diukur serempak, tapi berpindah dari satu posisi ke posisi berikutnya, sepanjang transek (*moving station system*). Sinkronisasi data dilakukan dengan memasukkan data selisih waktu pengukuran dari posisi satu ke posisi berikutnya, ke dalam fungsi hasil pemodelan (tahap g). Sinkronisasi ini tidak mengubah fungsi tapi memberikan nilai yang baru untuk setiap posisi. Data hasil sinkronisasi digunakan untuk analisis dan pemodelan spasial sehingga dapat ditentukan data parameter-parameter iklim mikro yang mendeskripsikan variasi spasial.
8. Pemodelan spasial variabel iklim mikro. Peneliti mengembangkan teknik pemodelan fungsi spasial difusi termal yang berbentuk eksponensial, dengan menggunakan tiga pasangan data acuan dan dikontrol menggunakan tiga atau lebih pasangan data lainnya. Pengembangan teknik pemodelan fungsi ini bersesuaian dan mendukung metode pengukuran pada beberapa posisi dekat tepi (jarak logaritmik). Teknik pemodelan fungsi spasial data hasil

pengukuran pada enam atau lebih posisi sekitar tepi, menjamin efisiensi pengukuran di lapangan dan analisis data yang menghasilkan parameter kuantitatif: kedalaman efek tepi, gradien tepi, luas bidang dan indeks dinamika harian gradien iklim mikro. Teknik pemodelan spasial ini dikonstruksi dari tiga pasangan data lapangan, termasuk data posisi acuan ($x = 0$), dan tiga atau lebih pasangan data kontrol. Model umum fungsi eksponensial difusi adalah:

$$T(x) = k_1 + k_2 \cdot e^{k_3 - k_4 \cdot x} \dots\dots\dots (5-3)$$

dimana x adalah jarak dari tepi ke tengah mangrove. Konstanta k_1 , k_2 , k_3 dan k_4 diperoleh dengan teknik iterasi (komputer). Biasanya dibutuhkan empat pasangan data (x, T), namun jika dipilih data titik acuan ($x=0$), maka konstanta dan koefisien tersebut, dapat ditentukan berdasarkan tiga pasangan data saja, misalnya pasangan data: $(0, T_0)$, (x_1, T_1) , and (x_2, T_2) . Tahapan iterasi untuk menghasilkan konstanta dan koefisien fungsi spasial adalah:

$$(T_0 - T_1) / (T_0 - T_2) = [(\exp(k_4 \cdot x_2) \cdot (\exp(k_4 \cdot x_1) - 1))] / [(\exp(k_4 \cdot x_1) \cdot (\exp(k_4 \cdot x_2) - 1))]$$

$$k_3 = (T_0 - T_1) / (1 - \exp(k_4 \cdot x_1))$$

$$k_2 = (T_0 - T_1) / (\exp(k_3) - \exp(k_3 - k_4 \cdot x_1))$$

$$k_1 = y_0 - k_2 \cdot \exp(k_3)$$

Fungsi hasil pemodelan dapat digunakan untuk menentukan data pada posisi yang tidak diukur. Validitas fungsi spasial diuji dengan cara menentukan simpangan data model terhadap data hasil pengukuran pada posisi 32 m dan 64 dalam hutan.

9. Penentuan nilai maksimum dan minimum variabel iklim mikro.

Nilai maksimum dan minimum variabel iklim mikro ditentukan dari fungsi temporal hasil pemodelan, menggunakan nilai ekstrim $dT(t)/dt \approx 0$. Program komputer menentukan waktu tercapainya harga ekstrim ($t_{ekstrim}$) dan nilai variabel iklim mikro (minimum atau maksimum), berdasarkan syarat ekstrim. Data yang berfluktuasi tajam, potensial memunculkan beberapa nilai $dT(t)/dt \approx 0$. Program komputer dirancang untuk menentukan harga ekstrim tertinggi dan terendah selama periode satu hari, sebagai nilai maksimum dan minimum variabel iklim mikro. Setiap posisi pengukuran memiliki nilai maksimum dan minimum tersendiri. Program komputer melakukan seleksi untuk menentukan posisi dengan nilai maksimum dan minimum tertinggi diantara transek.

10. Selisih maksimum variabel iklim mikro antara tepi dengan interior hutan mangrove. Selisih maksimum variabel iklim mikro antara tepi dengan

interior hutan adalah nilai selisih tertinggi antara data model di tepi dengan data pada kedalaman efek tepi maksimum, untuk cacah (*sampling*) waktu yang sama. Program komputer dirancang melakukan seleksi nilai selisih tertinggi variabel iklim mikro dari antara nilai selisih untuk setiap cacah waktu. Interval sampling diambil 10 detik untuk dapat mendeteksi secara rinci perubahan nilai variabel, dan menjamin validitas data luaran.

11. Penentuan kedalaman efek tepi.

Kedalaman efek tepi menunjukkan jarak terjauh pengaruh iklim mikro lingkungan, masuk ke dalam eksositem hutan. Kedalaman efek tepi ditentukan dengan mengambil nilai gradien iklim mikro mendekati nol ($dT(x)/dx \rightarrow 0$). Fungsi gradien iklim mikro $G(x)$ adalah:

$$G(x) = dT(x)/dx = -k_2.k_4.exp(k_3 - k_4.x)..... (5-4)$$

Program komputer dirancang melakukan *looping* hingga diperoleh nilai x , dimana G mendekati nol (misalnya $G = 0.0001$). Pemodelan temporal dan sinkronisasi data, dapat menghasilkan fungsi-fungsi spasial sebanyak yang dihendaki. Fungsi spasial yang dihasilkan dari interval waktu satu jam, memberikan 24 nilai kedalaman efek tepi yang berbeda. Program komputer melakukan seleksi data kedalaman terjauh sebagai data kedalaman efek tepi variabel iklim mikro pada transek yang diukur.

12. Penentuan gradien tepi.

Penentuan nilai gradien variabel iklim mikro di tepi mangrove, diperoleh dengan memberi nilai $x = 0$ pada persamaan (5-4), dan dihasilkan:

$$G_0 = -k_2.k_4.exp(k_3).....(5-5)$$

Pemodelan temporal menghasilkan sejumlah data gradien sesuai interval waktu yang dihendaki. Program komputer dirancang untuk menentukan gradien tertinggi sepanjang hari, dan menentukan waktu tercapainya keseimbangan termal yakni pada saat nilai gradien tepi sama dengan nol.

Pertanyaan untuk didiskusikan

1. Pertimbangan faktor penyebab bias dalam penetapan transek pengukuran sangat penting. Selain mereduksi bias, keuntungan apa yang dapat diperoleh dengan memilih transek yang secara maksimal melibatkan factor-faktor yang secara teoritik mempengaruhi variable penelitian
2. Dalam prosedur pengukuran hingga pemodelan data yang dikemukakan di atas, pemodelan fungsi temporal variable iklim mikro ekosistem dilakukan terlebih dahulu baru disusul pemodelan variasi spasialnya. Mengapa demikian?. Dapatkan tahapan pemodelan fungsi spasial dilakukan mendahului pemodelan fungsi temporal?
3. Dalam prosedur pemodelan tersebut di atas, dihasilkan beberapa parameter iklim mikro yang mendeskripsikan kondisi ekosistem. Parameter mana yang diturunkan dari fungsi temporal dan parameter mana yang diturunkan dari fungsi spasial variable iklim mikro?
4. Pemodelan fungsi temporal menggunakan fungsi Fourier. Apa alasan dan sejauhmana mana relevansi fungsi Fourier sebagai model perubahan temporal harian variable iklim mikro
5. Variabel mana yang secara teoritik berbentuk fungsi Fourier dari antara variable berikut ini, dan berapa periodenya:
 - a. Suhu udara
 - b. Kelembaban udara
 - c. Suhu tanah (di tempat terbuka)
 - d. Suhu air (di tempat terbuka)
 - e. Intensitas penyinaran atau kuat penerangan

B. Contoh pemodelan (suhu udara)

1. Contoh data hasil pengukuran (suhu udara)

Var waktu	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Var suhu udara									
Posisi				suhu					
1	28.2	29.7	32.0	33.6	35.8	36.4	36.2	36.2	35.3
2	28.2	29.6	31.9	33.4	35.8	36.4	36.2	36.2	35.3
3	28.1	29.4	31.8	33.3	35.5	36.3	36.0	36.1	34.9
4	27.6	29.0	31.2	32.6	35.0	35.5	35.3	35.3	34.2
5	27.3	28.8	30.8	32.4	34.6	34.8	34.7	34.8	33.8
6	27.2	28.7	30.6	32.2	34.3	34.6	34.4	34.5	33.4

7	27.1	28.6	30.5	32.1	34.0	34.4	34.2	34.2	33.1
8	27.0	28.6	30.5	31.9	33.8	34.3	34.2	34.1	33.1
9	27.0	28.6	30.5	31.9	33.8	34.1	34.1	34.1	33.1

Var waktu 10 11 12 13 14 15 16 17 18
 Var suhu udara
 Posisi suhu

1	33.8	32.6	29.8	29.4	27.8	26.0	25.6	25.3	25.0
2	33.7	32.5	29.8	29.4	27.8	26.1	25.6	25.3	25.0
3	33.5	32.3	29.8	29.4	27.9	26.2	25.7	25.3	25.1
4	33.0	31.7	29.8	29.5	28.2	26.6	26.1	25.6	25.3
5	32.7	31.4	29.7	29.7	28.4	26.7	26.2	25.7	25.5
6	32.5	31.2	29.7	29.7	28.5	26.8	26.3	25.8	25.6
7	32.3	31.0	29.7	29.7	28.6	26.8	26.4	25.8	25.7
8	32.2	30.9	29.7	29.7	28.6	26.8	26.4	25.8	25.7
9	32.2	30.9	29.7	29.7	28.6	26.8	26.4	25.9	25.7

Var waktu 19 20 21 22 23 24 25
 Var suhu udara
 Posisi suhu

1	24.7	24.7	24.7	24.7	24.8	26.8	28.2;
2	24.7	24.7	24.7	24.7	24.8	26.8	28.2;
3	24.8	24.7	24.7	24.7	24.8	26.7	28.0;
4	25.0	24.9	24.8	24.8	24.8	26.1	27.5;
5	25.1	24.9	24.9	24.8	24.7	25.8	27.1;
6	25.1	24.9	24.9	24.9	24.7	25.7	27.0;
7	25.2	25.0	24.9	24.9	24.7	25.6	26.9;
8	25.2	25.0	24.9	24.9	24.7	25.6	26.9;
9	25.2	25.0	24.9	24.9	24.7	25.6	26.9];

2. Hasil komputasi koefisien Fourier untuk posisi tepi (3) dan posisi 32 m dari tepi (9)

pos	harm	koefisien Fourier	sumb keragaman		

l	j	Aj	Bj	Cj	SKj

3	1	-1.276	5.597	32.954	95.601
	2	-1.043	-0.337	1.201	3.484
	3	0.058	-0.155	0.027	0.079
	4	0.247	-0.075	0.067	0.194
	5	0.193	-0.132	0.055	0.159
	6	0.144	0.056	0.024	0.069
	7	0.124	-0.167	0.043	0.125
	8	0.015	-0.066	0.005	0.013

9	0.207	-0.161	0.069	0.200
10	-0.013	0.129	0.017	0.048
11	-0.001	-0.064	0.004	0.012
12	-0.056	0.045	0.005	0.015

total sumbangan keragaman = 100

9	1	-1.552	4.326	21.123	95.174
	2	-0.913	-0.042	0.835	3.763
	3	-0.143	-0.205	0.062	0.281
	4	0.153	0.019	0.024	0.107
	5	0.055	-0.154	0.027	0.121
	6	0.131	0.144	0.038	0.170
	7	0.074	-0.132	0.023	0.103
	8	0.025	-0.007	0.001	0.003
	9	0.145	-0.165	0.048	0.217
	10	0.073	0.062	0.009	0.042
	11	0.058	0.002	0.003	0.015
	12	-0.018	-0.023	0.001	0.004

total sumbangan keragaman = 100

3. Fungsi perubahan temporal harian suhu udara di tepi

Berdasarkan koefisien Fourier di atas, diperoleh bentuk fungsi temporal suhu udara untuk posisi tepi:

$$T(t)_{x=0} = 29.400 - 1.276 \cos(2\pi t)/12 + 5.597 \sin(2\pi t)/12 - 1.043 \cos(4\pi t)/12 - 0.337 \sin(4\pi t)/12 + 0.058 \cos(\pi t)/2 - 0.155 \sin(\pi t)/2$$

Suku pertama ruas kanan adalah nilai rata-rata suhu udara harian hasil pemodelan untuk posisi tepi hutan mangrove. Suku kedua dan ketiga adalah suku deret dari harmonic pertama; demikian halnya keempat dan kelima adalah suku deret dari harmonic kedua dan suku keenam dan ketujuh adalah suku deret dari harmonic ketiga. Fungsi temporal $T(t)$ di atas hanya mengambil tiga harmonic pertama dengan total sumbangan keragaman 99.164. Nilai sumbangan keragaman ini menunjukkan bahwa fungsi $T(t)$ sudah cukup teliti dengan mengambil tiga harmonic pertama tanpa harus mengambil seluruh harmonic.

Fungsi perubahan temporal harian suhu udara pada posisi 32 m dari tepi ke dalam hutan:

$$T(t)_{x=32} = 28.812 - 1.552 \cos(2\pi t)/12 + 4.326 \sin(2\pi t)/12 - 0.913 \cos(4\pi t)/12 - 0.042 \sin(4\pi t)/12 - 0.143 \cos(\pi t)/2 - 0.205 \sin(\pi t)/2$$

Fungsi temporal suhu udara juga hanya mengambil tiga harmonic pertama, dengan total sumbangan keragaman: 99.218

Tugas mahasiswa (berkelompok):

1. Plot grafik data contoh di atas untuk posisi tepi dan posisi pada kedalaman 32 m dari tepi bersamaan dengan fungsi $T(t)_{x=0}$ dan $T(t)_{x=32}$.
2. Amati dan deskripsikan penyimpangan grafik terhadap data hasil pengukuran
3. Bandingkan dan deskripsikan grafik fungsi di tepi dengan fungsi pada posisi 32 m dari tepi

4. Interpretasi dan deskripsikan proses difusi termal dengan suhu udara sebagai indicator. Bilamana energy termal mengalir dari lingkungan kedalam ekosistem dan dari ekosistem ke lingkungan
5. Identifikasi dan jelaskan bilamana terjadi kesetimbangan termal antara ekosistem hutan mangrove dengan lingkungan
6. Rumuskan kembali fungsi Fourier dengan mengambil satu harmonic saja dan lima harmonic. Plot grafik fungsi harmonic yang dibentuk dari harmonic dengan lima harmonic pertama. Jelaskan ketelitian dan ketidakpastian periodelan. Bandingkan simbbangan (akar pangkat dua dari kaudrat selisih data model (satu atau lima harmonic) dengan data hasil pengukuran
7. Apa makna suku pertama pada fungsi $T(t)$, dan bagaimanakah nilainya jika lingkungan luar ekosistem akan mengalami perubahan (misalnya suhu udara luar meningkat)

4. Hasil sinkronisasi data

Sinkronisasi data dilakukan untuk kepentingan pemodelan spasial data suhu udara. Data hasil sinkronisasi adalah sebagai berikut:

data hasil sinkronisasi

variabel bebas (waktu)

posisi	nilai variabel									
1	1.000	2.000	3.000	4.000	5.000	6.000	7.000	8.000	9.000	10.000
	11.000	12.000	13.000	14.000	15.000	16.000	17.000	18.000	19.000	20.000
	21.000	22.000	23.000	24.000	25.000					
2	0.992	1.992	2.992	3.992	4.992	5.992	6.992	7.992	8.992	9.992
	10.992	11.992	12.992	13.992	14.992	15.992	16.992	17.992	18.992	19.992
	20.992	21.992	22.992	23.992	24.992					
3	0.979	1.979	2.979	3.979	4.979	5.979	6.979	7.979	8.979	9.979
	10.979	11.979	12.979	13.979	14.979	15.979	16.979	17.979	18.979	19.979
	20.979	21.979	22.979	23.979	24.979					
4	0.963	1.962	2.962	3.962	4.963	5.963	6.963	7.963	8.963	9.963
	10.963	11.963	12.963	13.963	14.963	15.963	16.962	17.962	18.962	19.962
	20.962	21.962	22.962	23.962	24.962					
5	0.942	1.942	2.942	3.942	4.942	5.942	6.942	7.942	8.942	9.942
	10.942	11.942	12.942	13.942	14.942	15.942	16.942	17.942	18.942	19.942
	20.942	21.942	22.942	23.942	24.942					
6	0.917	1.917	2.917	3.917	4.917	5.917	6.917	7.917	8.917	9.917
	10.917	11.917	12.917	13.917	14.917	15.917	16.917	17.917	18.917	19.917
	20.917	21.917	22.917	23.917	24.917					
7	0.887	1.888	2.888	3.888	4.888	5.888	6.888	7.888	8.887	9.887
	10.887	11.887	12.887	13.887	14.887	15.887	16.887	17.887	18.887	19.887
	20.887	21.887	22.887	23.887	24.887					
8	0.854	1.854	2.854	3.854	4.854	5.854	6.854	7.854	8.854	9.854
	10.854	11.854	12.854	13.854	14.854	15.854	16.854	17.854	18.854	19.854
	20.854	21.854	22.854	23.854	24.854					
9	0.817	1.817	2.817	3.817	4.817	5.817	6.817	7.817	8.817	9.817
	10.817	11.817	12.817	13.817	14.817	15.817	16.817	17.817	18.817	19.817
	20.817	21.817	22.817	23.817	24.817					

variabel bergantung (suhu udara)

posisi	nilai variabel									
1	28.200	29.700	32.000	33.600	35.800	36.400	36.200	36.200	35.300	33.800
	32.600	29.800	29.400	27.800	26.000	25.600	25.300	25.000	24.700	24.700
	24.700	24.700	24.700	24.700	24.800	26.800	28.200			

2	28.199	29.579	31.887	33.382	35.785	36.402	36.201	36.201	35.315
	33.708	32.519	29.816	29.401	27.822	26.105	25.605	25.300	25.005
	24.699	24.702	24.697	24.704	24.790	26.782	28.196		
3	28.095	29.350	31.762	33.263	35.458	36.305	36.000	36.106	34.938
	33.516	32.346	29.835	29.403	27.951	26.215	25.713	25.302	25.109
	24.801	24.704	24.695	24.708	24.778	26.657	27.990		
4	27.594	28.907	31.145	32.525	34.928	35.516	35.293	35.319	34.253
	33.036	31.771	29.846	29.506	28.280	26.629	26.121	25.612	25.315
	25.004	24.907	24.798	24.807	24.781	26.033	27.475		
5	27.278	28.664	30.716	32.273	34.513	34.828	34.682	34.823	33.876
	32.753	31.509	29.752	29.699	28.530	26.750	26.231	25.717	25.517
	25.121	24.905	24.898	24.816	24.681	25.706	27.062		
6	27.161	28.520	30.476	32.032	34.167	34.642	34.377	34.539	33.504
	32.563	31.351	29.761	29.701	28.672	26.881	26.339	25.829	25.624
	25.141	24.902	24.898	24.911	24.695	25.561	26.951		
7	27.042	28.368	30.318	31.896	33.824	34.443	34.177	34.264	33.226
	32.387	31.188	29.775	29.695	28.829	26.918	26.442	25.853	25.711
	25.268	24.997	24.918	24.899	24.713	25.412	26.838		
8	26.940	28.274	30.290	31.653	33.562	34.329	34.177	34.183	33.253
	32.336	31.124	29.797	29.690	28.895	26.957	26.455	25.869	25.714
	25.288	24.997	24.923	24.898	24.720	25.357	26.821		
9	26.938	28.185	30.241	31.581	33.520	34.157	34.038	34.195	33.293
	32.369	31.180	29.826	29.686	28.962	27.011	26.454	25.983	25.739
	25.300	25.005	24.922	24.903	24.722	25.304	26.787		

Konstanta dan koefisien fungsi spasial

Konstanta dan koefisien fungsi spasial suhu udara diperoleh dari data variable bergantung hasil sinkronisasi

konstanta dan koefisien dengan bias terkecil

seri waktu	k1	k2	k3	k4	rataan simp
1	26.93988	0.36387	1.15543	0.56920	0.03236
2	28.27397	0.36686	1.07652	0.50730	0.04065
3	30.28938	0.33774	1.47230	0.54230	0.02096
4	31.65270	0.32175	1.61059	0.47720	0.07819
5	33.54056	0.28184	1.91739	0.27950	0.04086
6	34.3236	0.27380	1.97685	0.50910	0.07469
7	34.14892	0.29080	1.85065	0.52310	0.04325
8	34.19546	0.28279	1.91030	0.53090	0.02892

9	33.25232	0.31234	1.68602	0.49710	0.02059
10	32.36938	0.36429	1.14671	0.54270	0.01483
11	31.18036	0.36334	1.16597	0.63340	0.02335
12	29.77458	0.05708	0.06064	0.95860	0.02389
13	29.69486	-0.39080	-0.29187	0.95860	0.02157
14	28.89565	-2.42901	-0.94454	0.42830	0.02731
15	26.95700	-1.55948	-0.74232	0.63880	0.02437
16	26.45399	-1.55626	-0.74144	0.60110	0.01828
17	25.86928	-1.00028	-0.56724	0.65840	0.02329
18	25.72875	-1.15237	-0.61994	0.44520	0.01202
19	25.28791	-0.79164	-0.48662	0.53550	0.01663
20	24.99971	-0.39670	-0.29528	0.56800	0.02143
21	24.92185	-0.28504	-0.22712	0.60530	0.00719
22	24.89935	-0.23229	-0.19176	0.72540	0.00943
23	24.71297	0.06064	0.06469	0.95860	0.01712
24	25.35666	0.35429	1.29998	0.65370	0.03030
25	26.82103	0.36317	1.16920	0.58150	0.02577

Contoh fungsi spasial suhu udara dengan data konstanta dan koefisien variasi spasial di atas, untuk seri waktu 1 adalah:

$$T(x)_{t=1} = 26.93988 + 0.36387 \cdot \exp(1.15543 - 0.5692 x)$$

Tugas pengembangan:

1. Rumuskan fungsi spasial pada jam 12.00 (seri waktu 6) dan jam 24.00 (seri waktu 18)
2. Plot grafik fungsi spasial untuk jam 07.00 (seri waktu 1), jam 12.00, dan jam 24.00
3. Interpretasi dan deskripsikan proses difusi termal antara lingkungan dengan ekosistem mangrove dengan membandingkan ketiga grafik
4. Dari ketiga grafik, grafik mana yang gradient tepinya terbesar. Apa makna gradient tepi tersebut
5. Dari ketiga grafik, simpulkan jam berapa lingkungan memiliki pengaruh fluktuasi termal (antara ketiga waktu yang di plot) paling jauh ke dalam hutan
6. Plot grafik data suhu udara hasil pengukuran (sebelum sinkronisasi) dan hasil fungsi pemodelan (setelah sinkronisasi) dan tentukan rataan akar pangkat dua selisih data pengukuran dengan data model
7. Jelaskan selisih waktu pengukuran antar posisi berdasarkan plot data dan grafik hasil pemodelan setelah sinkronisasi data
8. Simpulkan apakah progam pemodelan yang menghasilkan data model berlaku umum untuk fungsi eksponensial?

D. Contoh Luaran Analisis dan Pemodelan

Bagian ini menyajikan contoh analisis, pemodelan dan penentuan parameter iklim mikro untuk variabel suhu udara, pada transek 2, lokasi 1 (desa Talengen). Tahapan analisis, pemodelan dan penentuan parameter kuantitatif untuk variabel suhu udara adalah sebagai berikut:

1. Penyusunan data waktu dalam bentuk vektor dan suhu udara dalam bentuk matriks (format: Tabel 5.1), sebagai berikut:

Tabel 5.1. Data hasil pengukuran suhu udara, transek 2, lokasi 1

Posisi pengukuran	Waktu pengukuran								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	28.2	29.7	32.0	33.6	35.8	36.2	36.7	36.6	35.6
2	28.2	29.6	31.9	33.4	35.8	36.1	36.5	36.5	35.4
3	28.0	29.4	31.7	33.1	35.5	35.7	36.2	36.2	34.9
4	27.4	29.0	31.0	32.4	34.3	34.9	35.4	35.4	34.2
5	27.1	28.7	30.5	31.9	33.7	34.3	34.9	34.7	33.9
6	27.0	28.5	30.0	31.6	33.1	33.8	34.5	34.0	33.4
7	26.9	28.4	29.8	31.4	32.8	33.5	33.8	33.6	33.2
8	26.9	28.4	29.7	31.2	32.4	33.1	33.4	33.3	33.1
9	26.9	28.4	29.6	31.1	32.2	32.9	32.9	32.9	33.0

Tabel 5.1. (lanjutan)

Posisi pengukuran	Waktu pengukuran								
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	33.8	32.6	29.8	29.4	27.8	26.2	25.6	25.3	25.0
2	33.7	32.5	29.8	29.4	27.8	26.2	25.6	25.3	25.0
3	33.5	32.3	29.8	29.4	27.9	26.2	25.7	25.3	25.1
4	33.2	31.8	29.7	29.5	28.1	26.5	26.1	25.6	25.4
5	32.9	31.5	29.7	29.7	28.4	26.7	26.2	25.7	25.6
6	32.7	31.3	29.7	29.7	28.6	26.8	26.3	25.8	25.7
7	32.5	31.1	29.7	29.7	28.7	26.8	26.4	25.8	25.8
8	32.5	30.9	29.7	29.7	28.7	27.0	26.4	25.8	25.8
9	32.4	30.8	29.7	29.7	28.7	27.0	26.4	25.9	25.8

Tabel 5.1. (lanjutan)

Posisi pengukuran	Waktu pengukuran						
	19	20	21	22	23	24	25
1	24.7	24.7	24.7	24.7	24.8	26.8	28.2
2	24.7	24.7	24.7	24.7	24.8	26.8	28.2
3	24.8	24.7	24.7	24.7	24.8	26.7	28.0
4	25.2	24.8	24.8	24.8	24.8	26.2	27.5
5	25.3	24.9	24.9	24.8	24.7	25.9	27.1
6	25.4	24.9	24.9	24.9	24.7	25.7	27.9
7	25.5	25.0	24.9	24.9	24.7	25.5	26.8
8	25.5	25.0	24.9	24.9	24.7	25.5	26.9
9	25.5	25.0	24.9	24.9	24.7	25.4	26.9

Catatan: pengukuran dilakukan mulai jam 07.00 tanggal 30 Mei, hingga jam 07.00 tanggal 31 Mei 2011. Waktu pengukuran 1 menunjuk jam 07.00 dst.

2. Pemodelan temporal data suhu udara, hasil pengukuran pada sembilan posisi sepanjang transek. Pemodelan ini menggunakan model fungsi Fourier. Pemodelan temporal iklim mikro dilakukan untuk masing-masing posisi pengukuran. Luaran program komputer dengan masukan data pada butir 1, untuk posisi 3 (tepi mangrove) adalah koefisien fungsi Fourier dan sumbangan keragaman (Tabel 5.2). Total sumbangan keragaman menjadi acuan untuk penentuan jumlah harmonik yang diambil untuk perumusan fungsi Fourier.

Banyaknya suku deret Fourier yang diambil bergantung pada pertimbangan besaran sumbangan keragaman SK_j (kolom 6, Tabel 5.2). Data pada Tabel 5.2 menunjukkan bahwa total sumbangan keragaman dua harmonik pertama, adalah SK_j = 99 %, sehingga fungsi Fourier dapat mengambil dua harmonik pertama saja.

Tabel 5.2. Nilai harmonik, koefisien Fourier dan sumbangan keragaman pemodelan suhu udara pada transek 2, posisi-1

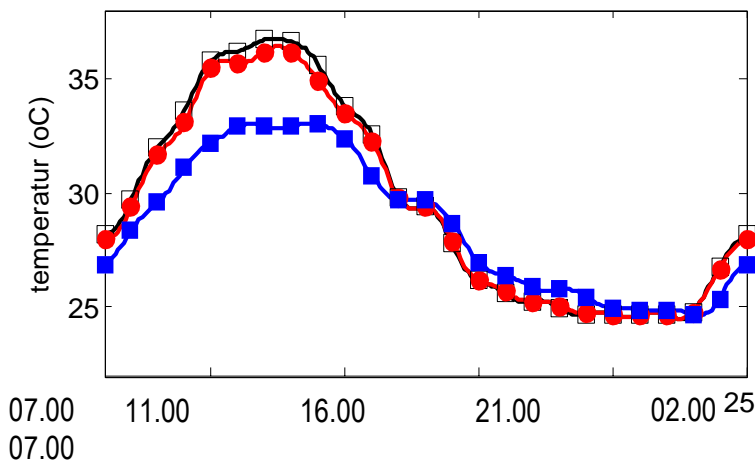
posisi harmonik		koefisien Fourier			sumb ker
i	j	A _j	B _j	C _j	SK _j
3	1	-1.3072	5.5511	32.5237	95.6015
	2	-1.0159	-0.3812	1.1773	3.4606
	3	0.0988	-0.1366	0.0284	0.0835
	4	0.2250	-0.0400	0.0522	0.1535
	5	0.1577	-0.1607	0.0507	0.1490
	6	0.1741	0.0234	0.0309	0.0907
	7	0.1463	-0.1313	0.0386	0.1136
	8	-0.0352	-0.0509	0.0038	0.0112
	9	0.1843	-0.2252	0.0847	0.2489
	10	0.0503	0.0899	0.0106	0.0312
	11	0.0456	-0.0148	0.0023	0.0067
	12	-0.0959	0.0872	0.0168	0.0494
total sumbangan keragaman =					100

Fungsi temporal suhu udara dirumuskan dengan memasukkan suku Fourier pada persamaan (5-1):

$$F(t) = 29.3720 - 1.3072 \cos(2\pi t)/12 + 5.5511 \sin(2\pi t)/12 - 1.0159 \cos(4\pi t)/12 - 0.3812 \sin(4\pi t)/12$$

Suku pertama $F(t)$ adalah rata-rata dari 25 data suhu udara, hasil pengukuran pada posisi 3 dengan interval waktu satu jam, dimulai dari 07.00 tanggal 30 Mei hingga jam 07.00, tanggal 31 Mei 2011. Koefisien suku-suku cosinus adalah nilai A_j untuk $j = 1, 2$ dan koefisien suku-suku sinus adalah nilai B_j untuk $j = 1, 2$. Data yang berfluktuasi kompleks membutuhkan lebih banyak harmonik untuk mencapai nilai total sumbangan keragaman mendekati 100 %. Total sumbangan keragaman 100 % dicapai jika seluruh harmonik diambil untuk membentuk deret Fourier.

Grafik fungsi temporal suhu udara transek 2 lokasi 1, diperlihatkan pada Gambar 5.1. Gambar 5.1 menyajikan tiga grafik perubahan harian suhu udara, masing-masing untuk posisi pengukuran 4 m di luar tepi (posisi 1), di tepi (posisi 3), dan pada jarak 32 m dari tepi ke dalam hutan (posisi 9).



Gambar 5.1 Grafik perubahan temporal (harian suhu udara) pada posisi 4 m di luar tepi (—□—), di tepi (—●—), dan pada posisi 32 m di dalam hutan (—■—), transek 2, lokasi 1 (desa Talengen)

3. Sinkronisasi data

Sinkronisasi data dilakukan untuk koreksi perubahan suhu udara selama selang waktu perpindahan pengukuran dari satu posisi ke posisi berikutnya. Sinkronisasi ini dilakukan dengan memasukkan selisih waktu pengukuran antar posisi ke dalam fungsi temporal yang diperoleh pada tahap 2. Data luaran sinkronisasi disajikan pada Tabel 5.3.

4. Pemodelan spasial suhu udara pada transek 2, lokasi 1. Fungsi spasial ini dikonstruksi dari data suhu udara hasil pengukuran pada 6 posisi untuk waktu yang sama (setelah sinkronisasi). Pemodelan fungsi spasial di mulai dari posisi pengukuran $x = 0$ (tepi mangrove) hingga posisi 16 m dari tepi. Pemodelan fungsi spasial menggunakan model fungsi eksponensial (persamaan (5-3)). Contoh fungsi spasial suhu udara pada jam 12.00 (waktu pengukuran ke 6) adalah:

$$T(x) = 32.9967 + 0.180677.e^{2.70681 - 0.3582 \cdot x}$$

Kolom 6 Tabel 5.4 menyajikan rata-rata simpangan data hasil pemodelan terhadap data hasil pengukuran pada 7 posisi. Rataan simpangan untuk waktu pengukuran jam 12.00 adalah 0.089 °C. Rataan simpangan ini cukup kecil dibanding besaran suhu yang bervariasi antara 24,7 °C hingga 36,7 °C. Rataan simpangan terbesar data model spasial terhadap data pengukuran pada transek 2, lokasi 1 adalah 0,188 °C, terjadi pada jam 13.00 (waktu pengukuran ke 7). Rataan simpangan terkecil: 0,009 °C, terjadi pada jam 03.00 (waktu pengukuran ke 21).

Tabel 5.3. Data suhu udara hasil sinkronisasi

Posisi	data suhu udara								
1	28.200	29.700	32.000	33.600	35.800	36.200	36.700	36.600	35.600
	33.800	32.600	29.800	29.400	27.800	26.200	25.600	25.300	25.000
	24.700	24.700	24.700	24.700	24.800	26.800	28.200		
2	28.200	29.578	31.889	33.380	35.788	36.100	36.496	36.504	35.415
	33.709	32.518	29.816	29.401	27.821	26.205	25.606	25.299	25.006
	24.698	24.703	24.697	24.704	24.790	26.783	28.195		
3	27.999	29.345	31.672	33.053	35.469	35.704	36.184	36.217	34.934
	33.520	32.343	29.838	29.401	27.953	26.213	25.714	25.300	25.111
	24.800	24.706	24.693	24.709	24.776	26.658	27.989		
4	27.391	28.906	30.952	32.329	34.250	34.889	35.380	35.425	34.252
	33.228	31.884	29.744	29.507	28.183	26.527	26.117	25.614	25.404
	25.213	24.812	24.793	24.809	24.779	26.129	27.486		
5	27.080	28.562	30.433	31.786	33.632	34.269	34.878	34.734	33.957
	32.957	31.615	29.757	29.697	28.531	26.750	26.231	25.716	25.606
	25.325	24.915	24.893	24.819	24.676	25.802	27.076		
6	26.967	28.335	29.901	31.437	33.025	33.734	34.388	34.052	33.450
	32.772	31.457	29.771	29.693	28.770	26.892	26.331	25.835	25.698
	25.449	24.922	24.891	24.914	24.696	25.556	26.964		

7	26.853	28.190	29.666	31.193	32.694	33.432	33.800	33.632	33.258
	32.603	31.296	29.785	29.686	28.923	26.936	26.429	25.865	25.773
	25.581	25.020	24.914	24.895	24.726	25.305	26.845		
8	26.839	28.137	29.538	30.956	32.281	33.006	33.398	33.317	33.142
	32.643	31.170	29.771	29.710	28.949	27.185	26.461	25.878	25.768
	25.603	25.028	24.918	24.892	24.737	25.249	26.826		
9	26.832	28.076	29.410	30.798	32.061	32.793	32.955	32.852	33.029
	32.578	31.136	29.772	29.724	28.994	27.253	26.454	26.003	25.772
	25.626	25.034	24.929	24.879	24.767	25.091	26.782		

Konstanta fungsi spasial

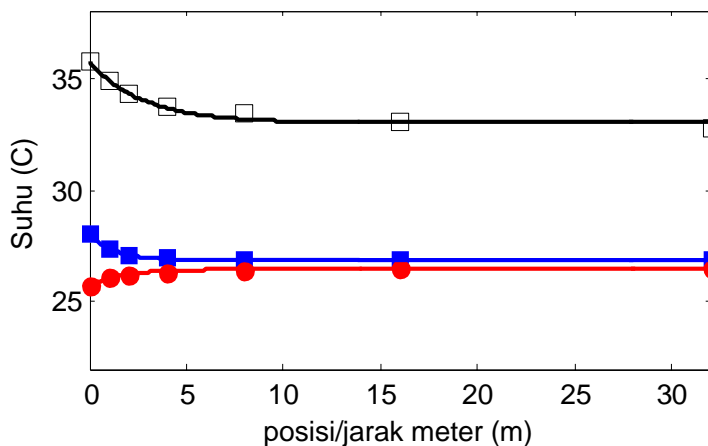
Pemodelan fungsi spasial dilakukan dengan cara menentukan empat konstanta fungsi spasial. Konstanta fungsi spasial suhu udara (dan variable iklim mikro lainnya) ditentukan dari data hasil sinkronisasi. Melalui tahapan sinkronisasi data, fungsi spasial yang dihasilkan untuk setiap waktu (t) adalah fungsi dari data yang sinkron (dalam waktu (t) yang sama). Kendatipun pengukuran dilakukan secara berpindah dari satu posisi ke posisi berikutnya, yang berarti pengukuran tidak dilakukan secara serempak antar posisi, namun melalui tahapan sinkronisasi data, fungsi spasial yang dihasilkan menjadi sinkron untuk setiap waktu t. Konstanta fungsi spasial dan rataan simpangan data model terhadap data hasil pengukuran di lapangan disajikan pada Tabel 5.4.

Tabel 5.4. Konstanta dan koefisien fungsi spasial suhu udara (data transek 2, lokasi 1)

waktu	k1	k2	k3	k4	rataan simp
1	26.839	0.363652	1.15985	0.7434	0.015301
2	28.1357	0.36089	1.20885	0.4509	0.0208028
3	29.536	0.2523 44	2.1358	0.4337	0.0332616
4	30.9536	0.257181	2.09983	0.4234	0.0698405
5	32.2777	0.13123	3.19121	0.4284	0.115739
6	32.9967	0.180677	2.70681	0.3582	0.0894242
7	33.3462	0.166151	2.83794	0.2505	0.118096
8	33.3044	0.158296	2.9122	0.3398	0.0973583
9	33.1408	0.298455	1.79306	0.4397	0.0417442
10	32.5784	0.367223	0.941421	0.3951	0.0202337
11	31.1694	0.362929	1.17376	0.4848	0.0373803
12	29.7707	0.0628816	0.0672563	0.9999	0.013135
13	29.7097	-0.421138	-0.309146	0.723	0.0215248
14	28.9585	-2.74695	-1.00525	0.419	0.0236977
15	27.1864	-2.57832	-0.973744	0.3903	0.0533721

16	26.4541	-1.54962	-0.739625	0.6001	0.0215033
17	25.8784	-1.03082	-0.578195	0.6499	0.0253144
18	25.7723	-1.28235	-0.661674	0.5866	0.00872625
19	25.6028	-1.79343	-0.803237	0.5316	0.0247219
20	25.0343	-0.455504	-0.328097	0.3881	0.0116253
21	24.9183	-0.282342	-0.225371	0.5829	0.00903812
22	24.8916	-0.218632	-0.182213	0.7918	0.0115346
23	24.7259	0.0475131	0.0499465	0.9586	0.0248422
24	25.2479	0.344206	1.41036	0.4669	0.0390751
25	26.8256	0.363462	1.1636	0.5661	0.027504

Grafik fungsi spasial untuk pengukuran pada jam 07.00 (waktu pengukuran ke 1), jam 12.00 (waktu pengukuran ke 7), dan jam 22.00 (waktu pengukuran ke 16) disajikan pada Gambar 5.2.



Gambar 5.2. Grafik variasi spasial suhu udara pada jam 07.00 (—■—), 12.00 (—□—), dan 22.00 (—●—), transek 2, lokasi 1

5. Penentuan nilai maksimum dan minimum suhu udara. Program komputer menampilkan luaran parameter nilai maksimum suhu udara: 36,4 °C di atas permukaan laut (posisi 4 m dari tepi), dicapai jam 13.00, sedangkan suhu terendah: 24,7 °C di atas permukaan laut, dicapai pada jam 01.00.
6. Penentuan selisih maksimum suhu udara antara posisi di tepi dengan di dalam hutan. Luaran komputer menunjukkan selisih maksimum suhu udara pada siang hari (jam 13.00) adalah 3,8 °C (suhu udara di tepi lebih tinggi dari suhu udara dalam hutan). Selisih maksimum suhu udara tepi-interior

0,8 °C malam hari, terjadi pada jam 24.00 (suhu udara dalam hutan mangrove lebih tinggi dari suhu udara di tepi).

7. Prediksi data model pada posisi 32 m dan 64 m dari tepi, dan ketelitiannya terhadap data hasil pengukuran.

Fungsi spasial yang diperoleh melalui tahapan 4, digunakan untuk memprediksi nilai suhu udara pada sembarang titik sepanjang transek atau pada posisi yang lebih jauh ke tengah hutan. Validitas fungsi spasial dalam menentukan data model pada posisi di dalam hutan, diuji dengan cara membandingkan data model dengan data hasil pengukuran pada posisi 32 m dan 64 m dari tepi. Luaran hasil analisis dan pemodelan menunjukkan bahwa rata-rata simpangan data pemodelan terhadap data hasil pengukuran suhu udara pada posisi 32 meter dan 64 meter, adalah 0,092 °C dan 0,154 °C. Hasil pemodelan menunjukkan prediksi data secara spasial cukup teliti (untuk perubahan suhu udara dalam hutan antara 24,5 °C s/d 33 °C).

8. Penentuan fungsi gradien suhu udara

Fungsi gradien suhu udara berubah dari waktu ke waktu. Fungsi gradien (persamaan (5-4)) ditentukan setelah diperoleh nilai koefisien spasial (Tabel 5.4.). Untuk waktu pengukuran jam 12.00, fungsi gradien adalah:

$$G(x) = - 0,064719.e^{2.70681 - 0.3582 .x}$$

9. Kedalaman efek tepi

Kedalaman efek tepi suhu udara berubah sepanjang hari. Data kedalaman efek tepi adalah jarak x dimana fungsi gradien $G(x)$ nilainya mendekati atau sama dengan nol. Jarak x yang menunjukkan kedalaman efek tepi pada 25 jam pengukuran diperlihatkan pada Tabel 5.5. Data pada Tabel 5.5. menunjukkan bahwa fluktuasi data kedalaman efek tepi memiliki dua harga puncak, yakni pada waktu siang dan malam hari. Data kedalaman efek tepi yang digunakan untuk mengkarakterisasi suhu udara hutan mangrove pada transek penelitian adalah data kedalaman efek tepi yang paling jauh, untuk siang dan malam hari. Data luaran komputer pada Tabel 5.5. menunjukkan kedalaman efek tepi siang hari: 44,6 m, terjadi pada jam 13.00. Kedalaman efek tepi pada malam hari adalah 24,36 m dari tepi, terjadi pada jam 02.00. Kedalaman efek tepi ini penting dan menentukan area habitat tepi dalam hutan mangrove. Efek tepi pada malam hari tidak menunjukkan pengaruh energi termal lingkungan ke dalam hutan, karena pada malam hari, suhu udara dalam hutan lebih tinggi dari suhu udara di tepi. Pada malam hari, arah fluks termal dari dalam hutan ke lingkungan, dan mempengaruhi fluktuasi suhu udara hingga jarak 24,36 m dari tepi.

Tabel 5.5. Luaran analisis efek tepi suhu udara, transek 2, lokasi 1

waktu ke-	jam	kedalaman (m)
1	07.00	15.2875
2	08.00	24.1874
3	09.00	26.3693
4	10.00	26.9139
5	11.00	27.6042
6	12.00	32.0548
7	13.00	44.5976
8	14.00	33.8506
9	15.00	25.6429
10	16.00	26.6362
11	17.00	22.5848
12	18.00	8.81446
13	19.00	13.8515
14	20.00	25.4136
15	21.00	27.0189
16	22.00	17.8315
17	23.00	16.2089
18	24.00	18.0132
19	01.00	20.0564
20	02.00	24.3545
21	03.00	16.269
22	04.00	12.0951
23	05.00	8.83981
24	06.00	23.7634
25	07.00	19.5998

10. Gradien tepi suhu udara

Gradien tepi suhu udara (dan variabel iklim mikro lainnya) berubah sepanjang hari. Gradien tepi suhu udara pada jam 12.00, diperoleh dengan memasukan nilai $x = 0$ dalam persamaan gradien $G(x)$ (butir 8). Nilai gradien tepi tertinggi diantara variasi nilai gradien tepi sepanjang hari adalah nilai gradien tepi untuk transek yang bersangkutan. Gradien tepi tertinggi siang hari untuk contoh data transek 2 lokasi 1 adalah $1,4 \text{ }^\circ\text{C/m}$ (terjadi pada jam 11.12) dan pada malam hari $0,524 \text{ }^\circ\text{C/m}$ (terjadi pada jam 24.36).

11. Fungsi dan grafik fungsi dinamika harian gradien suhu udara

Fungsi dinamika harian gradien suhu udara dikonstruksi dari pasangan data gradien tepi dengan waktu, menggunakan prosedur pemodelan yang sama dengan pemodelan fungsi temporal suhu udara (butir 2). Koefisien Fourier

dan sumbangan keragaman pemodelan dinamika harian gradien suhu udara pada transek 2 lokasi 1 disajikan pada Tabel 5.6.

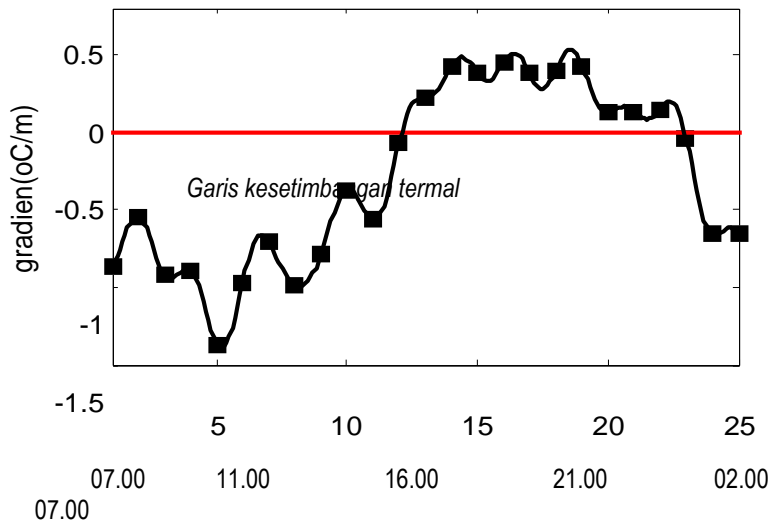
Tabel 5.6. Nilai harmonik, koefisien Fourier dan sumbangan keragaman pemodelan dinamika harian gradien iklim mikro suhu udara

harm	koefisien Fourier			sumb keragaman
j	Aj	Bj	Cj	SKj
1	-0.282175	-0.704575	0.576049	91.473
2	0.0246208	0.0455378	0.00267987	0.425548
3	-0.0479097	-0.0306067	0.00323212	0.51324
4	-0.0439773	0.0657656	0.00625911	0.993908
5	-0.0936514	0.00010569	0.00877059	1.39272
6	-0.0812317	0.018888	0.00695534	1.10447
7	0.0163384	-0.0277782	0.00103857	0.164918
8	0.0648766	0.0734028	0.00959694	1.52393
9	-0.0478422	-0.00400919	0.00230495	0.366011
10	0.009935	-0.0576506	0.00342229	0.543439
11	0.0358757	0.00211454	0.00129154	0.205088
12	0.0807901	-0.0402483	0.00814697	1.29369
total sumbangan keragaman =				100

Berdasarkan data sumbangan keragaman (SKj), maka untuk mendapatkan fungsi yang valid, harus diambil semua harmonik, sehingga fungsi dinamika gradien iklim mikro suhu udara pada transek 2 lokasi 1 adalah:

$$\begin{aligned}
 G(t) = & -0.294363 - 0.282 \cdot \cos(2\pi t)/12 - 0.705 \sin(2\pi t)/12 + 0.0246208 \\
 & \cos(4\pi t)/12 + 0.045 \cdot \sin(4\pi t)/12 - 0.048 \cdot \cos(6\pi t)/12 - \\
 & 0.031 \cdot \sin(6\pi t)/12 - 0.044 \cdot \cos(8\pi t)/12 + 0.066 \cdot \sin(8\pi t)/12 - \\
 & 0.093 \cdot \cos(10\pi t)/12 - 0.08 \cdot \cos(\pi t) + 0.019 \cdot \sin(\pi t) + 0.016 \\
 & \cos(14\pi t)/12 - 0.028 \cdot \sin(14\pi t)/12 + 0.065 \cdot \cos(16\pi t)/12 + \\
 & 0.073 \cdot \sin(16\pi t)/12 - 0.048 \cdot \cos(18\pi t)/12 - 0.004 \cdot \sin(18\pi t)/12 + \\
 & 0.01 \cdot \cos(20\pi t)/12 - 0.058 \cdot \sin(20\pi t)/12 + 0.036 \cos(22\pi t)/12 + \\
 & 0.002 \cdot \sin(22\pi t)/12 + 0.081 \cdot \cos(2\pi t) - 0.04 \sin(2\pi t).
 \end{aligned}$$

Gambar 5.3 memperlihatkan grafik fungsi dinamika harian gradien suhu udara ($G(t)$). Grafik pada Gambar 5.3. lebih berfluktuasi dibanding Gambar 5.1.; hal ini berkaitan dengan data sumbangan keragaman fungsi Fourier pada kedua Gambar tersebut. Kurva dinamika harian gradien iklim mikro berfluktuasi sekitar garis kesetimbangan termal. Posisi kurva di bawah garis kesetimbangan termal (tanda gradien suhu udara negatif), menunjukkan keadaan siang hari, dimana fluks termal mengalir dari lingkungan ke dalam hutan mangrove. Kurva di atas garis kesetimbangan termal (tanda gradien suhu udara positif) menunjukkan difusi termal dari hutan mangrove ke lingkungan, yang terjadi pada malam hari.



Gambar 5.3. Grafik dinamika harian gradien suhu udara di tepi hutan mangrove, transek 2 lokasi 1

12. Luas bidang dinamika harian gradien suhu udara, transek 2 lokasi 1
 Luas bidang dinamika harian gradien suhu udara meliputi luas bidang dinamika gradien suhu udara pada siang hari dan luas bidang dinamika gradien suhu udara pada malam hari. Luas bidang dinamika gradien suhu udara siang hari adalah luas bidang yang dibatasi kurva dinamika gradien suhu udara, yang terletak di bawah garis kesetimbangan termal. Luas bidang dinamika gradien suhu udara malam hari adalah luas bidang yang dibatasi oleh bagian kurva yang terletak di atas garis kesetimbangan termal. Penentuan luas bidang dinamika gradien suhu udara (dan variabel iklim mikro lainnya) menggunakan persamaan (4-9). Luas bidang dinamika harian gradien suhu udara siang hari pada transek 2 lokasi 1 adalah 9.696 °C.jam/m, dan malam hari 3.24 °C.jam/m.
13. Indeks dinamika harian gradien suhu udara.

Indeks dinamika harian gradien suhu udara adalah luas bidang dinamika gradien suhu udara malam hari dibagi luas bidang dinamika gradien suhu udara siang hari. Nilai indeks dinamika harian gradien suhu udara pada transek 2 lokasi 1 adalah 0,324. Nilai indeks dinamika harian gradien suhu udara mengkarakterisasi kapasitas ekosistem mangrove mereduksi pengaruh peningkatan energi termal lingkungan, dan kapasistas ekosistem mengendalikan pelepasan energi termal ke lingkungan

14. *Time lag* suhu udara dengan kuat penerangan matahari.

Penentuan *time lag* dilakukan per posisi pengukuran sepanjang transek. Besarnya *time lag* diperoleh dari besaran waktu penggeseran fungsi kuat penerangan terhadap fungsi suhu udara, yang menghasilkan koefisien korelasi silang maksimum. Tabel 5.6 menyajikan luaran program komputer untuk menentukan *time lag* antara perubahan kuat penerangan radiasi matahari dengan perubahan suhu udara pada transek 2, lokasi 1. Data *time lag* pada kolom-4, adalah nilai (waktu) penggeseran (mundur) fungsi kuat penerangan terhadap fungsi suhu udara, yang menghasilkan koefisien korelasi silang pada kolom-3. Data kolom-2 adalah koefisien korelasi silang antara kuat penerangan dengan suhu udara, sebelum dilakukan penggeseran fungsi kuat penerangan. Data pada Tabel 5.6. menunjukkan bahwa *time-lag* perubahan suhu udara terhadap perubahan kuat penerangan bertambah dengan bertambahnya jarak dari tepi ke dalam hutan. *Time lag* di luar hutan dan di tepi hutan adalah 1,1 jam (perubahan suhu udara tertinggal terhadap perubahan kuat penerangan), sedangkan pada posisi 4 m dari tepi ke dalam hutan, *time lag* bertambah menjadi 1,2 jam. Pada posisi pengukuran 32 m dari tepi, *time lag* bertambah menjadi 1,5 jam.

Tabel 5.6. Hasil komputasi penentuan *time-lag* antara suhu udara dengan kuat penerangan

posisi	koefisien korelasi silang		<i>time-lag</i> (jam)
	sebelum digeser	setelah digeser	
1	0.826	0.997	1.1
2	0.825	0.997	1.1
3	0.819	0.995	1.1
4	0.805	0.993	1.2
5	0.775	0.981	1.3
6	0.738	0.967	1.4
7	0.733	0.971	1.4
8	0.712	0.958	1.5
9	0.685	0.946	1.5

Analisis Sensitivitas Hasil Penelitian Suhu Udara dan Kelembaban Udara Hutan Mangrove

Variabel Suhu Udara

1. Sensitivitas suhu udara terhadap perbedaan lingkungan

Hasil pemodelan fungsi temporal untuk setiap posisi (9 posisi) dalam enam transek yang diteliti menunjukkan pola perubahan suhu harian yang sama, dengan amplitudo yang berbeda. Bentuk umum fungsi temporal suhu udara $T(t)$ hasil pemodelan, seperti persamaan (1). Contoh fungsi temporal (luaran program) untuk lokasi 2, transek 2, posisi tepi mangrove adalah:

$$T(t) = 29.3720 - 1.3072\cos(2\pi t)/12 + 5.5511\sin(2\pi t)/12 - 1.0159 \cos(4\pi t)/12 - 0.3812 \sin(4\pi t)/12$$

Contoh fungsi spasial hasil pemodelan, untuk lokasi 2 transek 2, jam 12.00 adalah:

$$T(x) = 32.9967 + 0.1808.e^{2.70681 - 0.3582 \cdot x}$$

Rataan bias data model terhadap data hasil pengukuran untuk masing-masing transek, disajikan pada Tabel 5.7.

Tabel 5.7. Rataan simpangan data model terhadap data hasil pengukuran.

Lokasi	Transek	Simpangan	
		Maksimum (°C)	Minimum (°C)
1.Arakan	1. (<i>Fringe</i>)	0,148	0,009
	2. (<i>Basin</i>)	0,136	0,015
2.Talengen	1. (<i>Fringe</i> , ada elah)	0,077	0,008
	2. <i>Fringe</i>	0,118	0,009
2.Ratatotok Timur	1. (<i>Hammock</i> , tambalan)	0,077	0,008
	2. <i>Fringe</i>	0,167	0,009

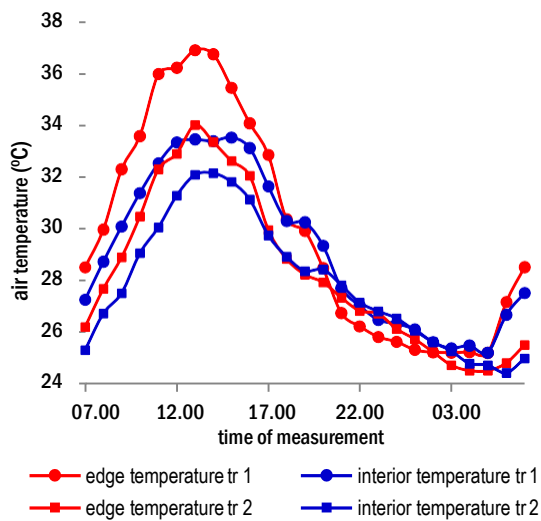
Data pada kolom (3) dan (4) Tabel 5.7. menunjukkan rata-rata simpangan tertinggi dan terendah data model terhadap data hasil pengukuran pada posisi dalam transek. Rataan simpangan maksimum menunjukkan prosentase simpangan terhadap data suhu udara (hasil pengukuran) kecil dari 0,46 %. Hasil analisis komparatif perubahan temporal dan variasi spasial suhu udara antara dua transek adalah sebagai berikut.

Sensitivitas perubahan temporal dan variasi spasial suhu udara pada batas mangrove dengan laut dan batas mangrove dengan pantai bervegetasi. Gambar 5.4. memperlihatkan grafik perubahan harian suhu udara dari dua transek, pada posisi di tepi dan di dalam hutan mangrove (jarak 32 m dari tepi). Suhu udara siang hari, lebih tinggi pada batas mangrove dengan laut (transek 1) daripada suhu udara pada batas mangrove dengan pantai yang ditumbuhi pohon (transek 2). Variabilitas suhu udara siang hari di tepi yang berbatasan dengan laut lebih tinggi dari tepi yang berbatasan dengan pantai bervegetasi. Suhu udara tepi maksimum siang hari pada transek 1 adalah 36,7 °C sedangkan pada transek 2 adalah 33,5 °C. Selisih suhu udara maksimum tepi-interior transek 1 pada siang hari adalah 3,8°C, sedangkan transek 2 adalah 1,9 °C. Hal ini bersesuaian dengan gradient tepi suhu udara siang hari yang lebih tinggi pada transek 1 (1,38 °C/m) daripada transek 2 (1,018 °C/m). Suhu udara di tepi lebih cepat naik pada pagi hari dan menjadi lebih tinggi pada transek 1 daripada transek 2. Energi radiasi matahari yang diterima, meningkatkan energy termal udara dan meningkatkan emisi termal air laut ke udara, sehingga peningkatan suhu udara di tepi terbuka lebih tinggi daripada di tepi yang tertutup vegetasi. Hasil penelitian ini bersesuaian dengan hasil penelitian suhu udara dalam hutan oleh Godefroid *et al.* (2006).

Pola perubahan suhu udara interior (pada jarak 32 m dari tepi) sama dengan pola perubahan suhu udara tepi. Suhu udara siang hari pada jarak 32 m dari tepi, lebih tinggi pada transek 1 daripada transek 2. Hal ini disebabkan oleh difusi energy termal dari lingkungan ke dalam hutan, yang lebih tinggi pada transek 1 daripada transek 2. Kondisi tutupan kanopi yang homogen dari batas mangrove dengan laut (transek 1) hingga pantai (transek 2) memberikan kesimpulan bahwa perbedaan tersebut disebabkan oleh faktor lingkungan berbatasan. Energi termal udara di atas permukaan laut terbuka (transek 1) pada siang hari, lebih tinggi daripada energy termal udara di bawah kanopi (transek 2). Aliran fluks termal dari lingkungan ke dalam hutan mangrove pada siang hari, lebih tinggi pada transek 1 daripada transek 2, menyebabkan suhu udara dalam hutan mangrove lebih tinggi pada transek 1 daripada transek 2. Kesimpulan ini juga bersesuaian dengan data kedalaman efek tepi yang lebih jauh pada transek 1 (42 m) daripada transek 2 (27,54 m). Hasil penelitian ini bersesuaian dengan hasil penelitian Godefroid *et al.* (2006)

Suhu udara pada malam hari, antara jam 21.00 sampai jam 01.00 di batas mangrove dengan laut sedikit lebih rendah daripada suhu udara di batas mangrove dengan pantai. Hal ini disebabkan penurunan suhu udara yang lebih cepat pada lingkungan yang terbuka daripada yang tertutup vegetasi. Menjelang pagi hari suhu udara di batas mangrove dengan laut terbuka, meningkat lebih awal karena menerima energy matahari lebih besar daripada udara di batas mangrove dengan pantai bervegetasi. Hasil penelitian membuktikan bahwa interaksi (difusi) termal udara dalam hutan mangrove dengan lingkungan berbatasan, dapat diidentifikasi melalui perbedaan suhu udara harian dan

parameter: nilai maksimum, selisih maksimum tepi interior, gradient tepi dan kedalaman efek tepi suhu udara.

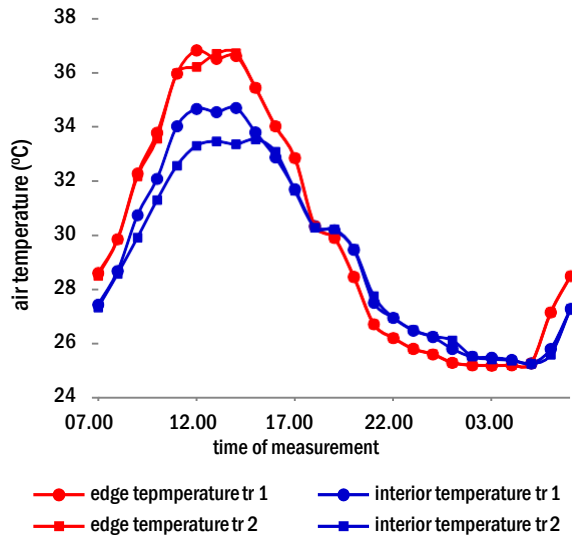


Gambar 5.4. Fluktuasi harian suhu udara pada tepi dan interior hutan mangrove tipe fringe (transek 1) dan basin (transek 2)

Sensitivitas suhu udara terhadap pengaruh celah dalam hutan mangrove diperlihatkan oleh grafik-grafik pada Gambar 5.5. Grafik perubahan suhu udara menunjukkan bahwa suhu udara di tepi mangrove pada transek 1 dan transek 2 hampir sama sepanjang hari. Keadaan ini disebabkan oleh kondisi lingkungan berbatasan (laut terbuka) dan hutan mangrove yang sama (kepadatan kanopi, tinggi tegakan dll) antara kedua transek.

Suhu udara tepi berbeda signifikan dengan suhu udara dalam hutan mangrove pada transek 1 dan transek 2. Suhu udara siang hari lebih tinggi di tepi daripada di dalam hutan mangrove, sedangkan malam hari suhu udara di dalam hutan mangrove lebih tinggi dari suhu udara di tepi. Hasil ini bersesuaian dengan hasil penelitian suhu udara di hutan oleh Godefroid *et al.* (2006) dan Spittlehouse *et al.* (2004). Grafik menunjukkan bahwa antara jam 08.00 sampai jam 15.00, suhu udara interior (pada jarak 32 m dari tepi) lebih tinggi pada transek 1 daripada transek 2. Perbedaan ini disebabkan oleh pengaruh celah pada transek 1. Celah terbuka berukuran lebar ± 30 m menyebabkan difusi termal dua arah, dari tepi bagian depan (batas dengan laut) dan tepi bagian belakang (batas dengan celah). Pagi hingga siang hari, energy termal udara di atas permukaan laut terbuka dan di atas ruang terbuka atau celah di bagian belakang, meningkat lebih cepat dibanding energy termal udara di bawah kanopi mangrove. Sore hari, sekitar jam 14.00 suhu udara tepi di atas permukaan laut terbuka turun lebih cepat

dibanding suhu udara di dalam hutan mangrove; penurunan suhu udara tepi ini menyebabkan penurunan suhu udara dalam hutan mangrove lebih cepat pada transek 1 daripada transek 2. Perbedaan suhu udara tepi – interior yang lebih kecil pada transek 1 (2.3 °C), daripada transek 2 (3.8 °C) disebabkan oleh difusi termal dua arah yang disebabkan oleh celah (Medellu *et al.*, 2012). Hasil penelitian ini bersesuaian dengan hasil penelitian Mohamed *et al.* (2009). Perombakan area hutan mangrove menciptakan celah yang dapat meningkatkan suhu udara Hernández *et al.*, (2011)

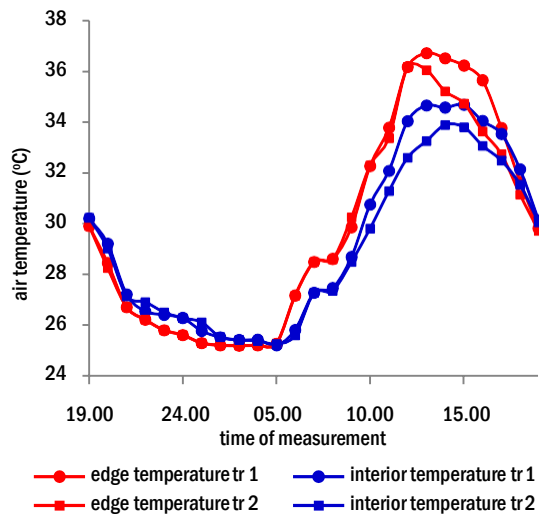


Gambar 5.5. Fluktuasi harian suhu udara di tepi dan di tengah hutan mangrove dimana terdapat celah (transek 1) and tanpa celah (transek2)

Pengaruh celah juga ditunjukkan oleh berkurangnya kedalaman efek tepi suhu udara. Kedalaman efek tepi suhu udara pada transek 1 adalah 38,13 m sedangkan pada transek 2 adalah 44.6 m. Hal ini disebabkan oleh difusi termal dua arah, sehingga suhu udara di tengah hutan mangrove menjadi stabil pada jarak yang relatif dekat dari tepi. Penelitian Godefroid *et al.* (2006) dan Chen *et al.* (1995) juga menyimpulkan pengaruh signifikan celah terhadap kedalaman efek tepi suhu udara. Celah memberi pengaruh signifikan pada penurunan gradient tepi. Gradient tepi pada transek 1 (1,051 °C/m) lebih rendah dari gradient tepi pada transek 2 (1,4 °C/m) [2]. Perbedaan suhu tepi-interior yang lebih rendah bersesuaian dengan gradient tepi yang lebih rendah pada transek 1. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa perubahan harian suhu udara di tepi dan di dalam hutan mangrove, dan parameter: nilai maksimum, selisih maksimum tepi-interior, kedalaman efek tepi dan gradient tepi suhu udara, dapat

digunakan untuk mengidentifikasi pengaruh celah dalam hutan mangrove.

Sensitivitas suhu udara terhadap pengaruh tambalan dalam hutan mangrove. Gambar 5.6. memperlihatkan perubahan harian suhu udara tepi dan interior hutan mangrove pada transek 1 (ada tambalan) dan transek 2 (tidak ada tambalan).



Gambar 5.6. Fluktuasi harian suhu udara di tepi dan di dalam hutan mangrove dimana terdapat tambalan (transek 1) dan tanpa tambalan (transek2)

Suhu udara malam hari hingga jam 12.00, hampir sama pada tepi yang berbatasan dengan jalan aspal dan tepi yang berbatasan dengan laut (transek 2). Setelah jam 13.00 suhu udara tepi pada transek 2 menurun drastis sedangkan pada transek 1 relative stabil hingga jam 14.00. Penurunan suhu udara di tepi pada transek 2 disebabkan oleh peningkatan kandungan air di udara, akibat penguapan pada permukaan air yang terbuka. Penurunan suhu udara tersebut bersesuaian dengan peningkatan kelembaban udara (data tidak ditampilkan). Kesamaan dan perbedaan suhu udara di tepi menunjukkan perbedaan kondisi ekosistem dan lingkungan berbatasan. Permukaan terbuka (jalan aspal dan laut) menerima pasokan energi matahari maksimal, yang mengubah suhu udara di atas permukaan. Suhu udara di atas permukaan juga turut ditentukan oleh emisi termal permukaan aspal dan air. Perubahan suhu yang sama sejak malam hingga jam 12.00 menunjukkan bahwa energi termal udara di sekitar tepi, hampir sama pada transek 1 dan 2.

Pengaruh tambalan terhadap suhu udara pada transek 1 ditunjukkan oleh

perbedaan suhu udara interior dengan transek 2. Suhu udara bagian dalam (interior) pada kedua transek sama pada waktu malam, namun pada siang hari suhu udara pada transek 1 (34,7 °C) lebih tinggi daripada transek 2 (33,9 °C). Selisih suhu udara tepi-interior siang hari pada transek 1 adalah 2,2 °C, sedangkan pada transek 2 adalah 3,6 °C. Perbedaan suhu tepi-interior bersesuaian dengan gradient tepi suhu udara. Gradien tepi suhu udara pada transek 1 (1,297 °C/m) lebih rendah dari gradien tepi suhu udara pada transek 2 (1,747 °C/m). Suhu udara yang tinggi pada posisi 32 m dari tepi (transek 1), disebabkan oleh kerapatan kanopi yang rendah pada tambalan bagian belakang. Kerapatan kanopi yang rendah menyebabkan penetrasi radiasi matahari lebih tinggi sehingga meningkatkan energy termal udara dan suhu udara di bawah kanopi.

Pengaruh tambalan bagian belakang dengan tutupan kanopi yang rendah juga teridentifikasi melalui perbedaan kedalaman efek tepi suhu udara pada transek 1 dan transek 2. Kedalaman efek tepi suhu udara siang hari pada transek 1 adalah 28,39 m, sedangkan transek 2 adalah 33,4 m. Energi termal udara siang hari yang tinggi dalam tambalan bagian belakang, menyebabkan suhu udara menjadi stabil pada jarak yang lebih dekat dari tepi yang berbatasan dengan jalan aspal. Hasil penelitian Chen *et al.* (1999) juga menyimpulkan pengaruh tambalan terhadap peningkatan penerimaan radiasi matahari dan suhu udara.

Hasil penelitian ini, menyimpulkan bahwa tambalan bagian depan dengan tutupan kanopi sangat tinggi, tapi kurang lebar (± 12 m) kurang efektif mereduksi peningkatan energy termal pada transek 1. Pengaruh ukuran tambalan terhadap iklim mikro di bawah kanopi antara lain dikemukakan oleh Didham dan Lawton (1999) dan Pinto *et al.* (2010). Hasil penelitian menunjukkan bahwa perubahan harian suhu udara, dan besaran parameter suhu udara dapat digunakan untuk mengidentifikasi pengaruh tambalan dalam hutan mangrove.

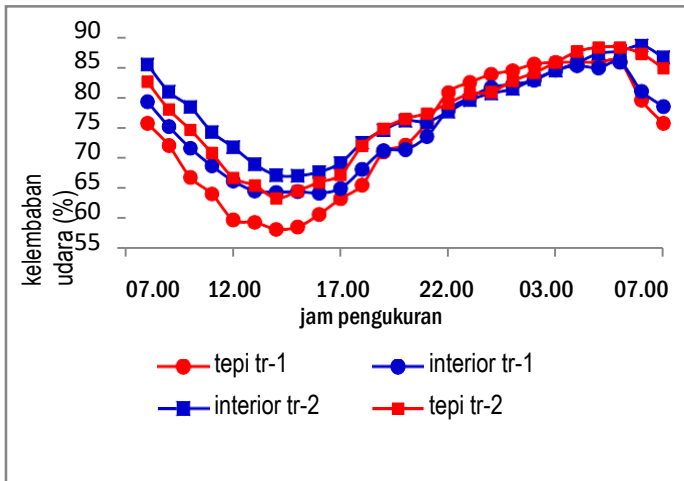
Hasil analisis suhu udara di atas memberikan kesimpulan bahwa pengaruh lingkungan berbatasan, celah terbuka lebar (30 m atau lebih) dan fragmentasi yang membentuk tambalan, dapat diidentifikasi berdasarkan perubahan harian suhu udara dan besaran parameter: nilai maksimum, selisih maksimum tepi-interior, kedalaman efek tepi dan gradient tepi suhu udara. Ini berarti bahwa suhu udara dapat digunakan untuk memantau perubahan ekosistem mangrove karena fragmentasi atau pembukaan area, dan pengaruh perubahan lingkungan berbatasan. Penelitian lanjutan ke depan adalah pemantauan perubahan suhu udara pada area hutan dan hutan mangrove yang mengalami perubahan struktur karena perombakan atau kerusakan alami.

Tugas pengembangan

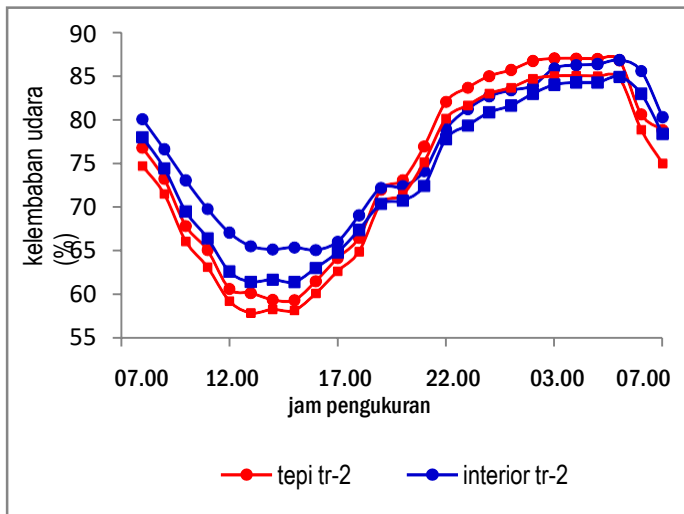
1. Jelaskan apakah analisis sensitivitas dapat menunjukkan perbedaan fluktuasi harian suhu udara antara mangrove yang berbeda jenis (Gambar 5.3)
2. Jelaskan apakah analisis sensitivitas dapat menunjukkan pengaruh celah yang terbuka lebar pada bagian dalam hutan mangrove terhadap fluktuasi harian suhu udara (Gambar 5.4)
3. Jelaskan apakah analisis sensitivitas dapat menunjukkan pengaruh tambalan terhadap fluktuasi harian suhu udara (Gambar 5.5)
4. Jelaskan mengapa pola perubahan harian suhu udara sama untuk bagian tepi dan bagian dalam hutan mangrove
5. Ambil interval waktu 2 jam dan bandingkan Gambar L.2.3., L.2.4., dan L.2.5. Untuk masing-masing gambar, tunjukkan pada jam berapa suhu udara memiliki sensitivitas tertinggi. Apakah waktu terjadinya perubahan suhu udara dengan sensitivitas tertinggi ditentukan oleh jenis mangrove, adanya celah dan tambalan?
6. Faktor apa yang mengendalikan perubahan harian suhu udara?
7. Bandingkan sensitivitas pada ketiga gambar dan jelaskan factor fisiologis mangrove yang menyebabkan perbedaan kuantitas suhu udara dan perubahan harian suhu udara

Variabel : Kelembaban udara

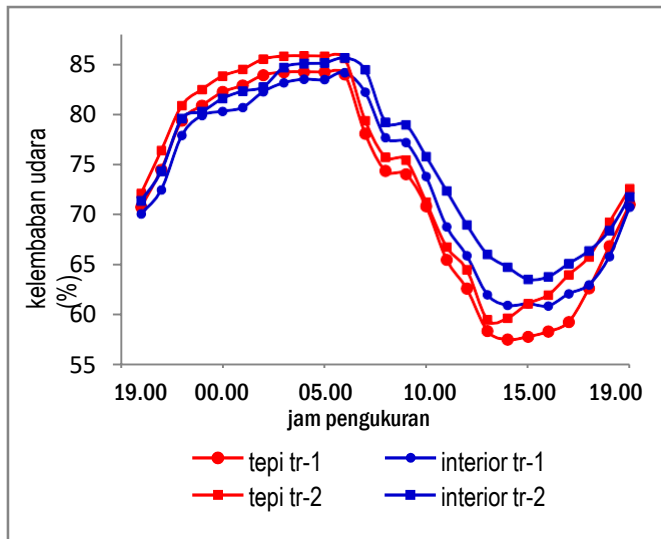
1. Sensitivitas kelembaban udara terhadap perbedaan lingkungan (data transek 1 lokasi-3 (mangrove tipe fringe) dan transek 2 lokasi-3 (basin) (desa Arakan - Minsel)



2. Sensitivitas kelembaban udara terhadap pengaruh celah Transek 2 lok-1 (fringe tanpa celah) dan transek 1 lok 1 (fringe ada celah) (desa Talengen - Sangihe)



3. Sensitivitas kelembaban udara terhadap pengaruh tambalan transek 1 lokasi 2 (hammock ada tambalan) dan transek 2 lokasi 2 (fringe forest) (Ratatotok-Mitra)



Tugas pengembangan

1. Interpretasi dan deskripsikan sensitivitas variable kelembaban udara dalam membedakan pengaruh lingkungan berbatasan, celah atau ruang terbuka lebar dan pengaruh tambalan (dari tiga gambar/grafik kelembaban udara)
2. Jelaskan informasi yang diperoleh dari hasil pemodelan yang tidak dapat diketahui berdasarkan data hasil pengukuran/pengamatan
3. Dalam evaluasi sensitivitas suhu dan kelembaban udara, factor apa yang paling signifikan pengaruhnya
4. Turunkan persamaan sensitivitas fungsi suhu udara dari fungsi hasil pemodelan menggunakan data yang telah diberikan di atas
5. Turunkan persamaan sensitivitas fungsi kelembaban udara dari fungsi hasil pemodelan menggunakan data yang diberikan di atas.
6. Buatlah makalah (maks 10 halaman) yang membahas pemodelan (matematik), ketidak pastian dan analisis sensitivitas hasil pengukuran variable fisis di lapangan (gunakan referensi dalam buku ini dan tambahan dari internet)

REFERENSI

- Chen J., J. F. Franklin, and T.A. Spies. 1995. Growing-season microclimatic gradients from clear-cut edges into old-growth Douglas-fir forests. *Applied Ecology*, vol. 5, pp. 74 -86.
- Chen J., S.C. Saunders, T.R. Crow, R.J. Naiman, K.D. Brosofske, B.L. Brookshire, and J. F. Franklin.1999. Microclimate forest ecosystem and landscape ecology. *BioScience*, vol. 49, no. 4, pp. 38 – 48.
- Chen Z., M. Krarti, Z. Zhai , Q. Meng , L. Zhao. 2009. Sensitivity analysis of landscape effects on outdoor thermal environment in a residential community of hot-humid area in China. The seventh International Conference on Urban Climate 29 June - 3 July 2009, Yokohama, Japan
- Collins D.C., and R. Avissar, 1994: An Evaluation with the Fourier Amplitude Sensitivity Test (FAST) of Which Land-Surface Parameters Are of Greatest Importance in Atmospheric Modeling. *J. Climate*, **7**, 681–703.
- Demaria E.M., and B. Nijssen. 2011. Monte Carlo sensitivity analysis of land surface parameters using the Variable Infiltration Capacity model. *Journal of Geophysical Research*, Vol. 112, D11113, 15 pp.
- Didham R.K., and J. H. Lawton. 1999. Edge structure determines the magnitude of changes in microclimate and vegetation structure in tropical forest fragments. *Biotropica*, vol. 31, No. 1, pp. 17 – 30.
- Dresch J.M., X. Liu, D.N. Arnosti and A. Ay. 2010. Thermodynamic modeling of transcription: sensitivity analysis differentiates biological mechanism from mathematical model-induced effects. *BMC Systems Biology*, 4:142 doi:10.1186/1752-0509-4-142. <http://www.biomedcentral.com/1752-0509/4/142>
- Godefroid S., S. Rucquoi, and N. Koedam. 2006., Spatial variability of summer microclimates and plant species response along transects within clearcuts in a beech forest. *Plant Ecology*, vol. 185, pp. 107 -121.
- Hernández C.T., G. de la Lanza Espino, and D.E.O Belmonte. 2011. Impact of logging on a mangrove swamp in South Mexico: Cost/benefit analysis. *Rev. biol. Trop.*, vol. 49, no. 2, pp. 86 – 102
- Hyer E.J. and S.J. Goetz. 2004. Comparison and sensitivity analysis of instruments and radiometric methods for LAI estimation: assessments from a boreal forest site. *Agricultural and Forest Meteorology* 122: 157–174
- Invesopedia (<http://www.investopedia.com/terms/s/sensitivityanalysis.asp#>)
- Komorowski M, Costa MJ, Rand DA , Stumpf MPH. 2011. Sensitivity, robustness, and identifiability in stochastic chemical kinetics models. *Proc Natl Acad Sci U S A*, 108(21), 8645-50.

- Li Nan, Xue Xiaoping, Li Hongyi, and Chen Yanchun. 2011. The Microclimate Change Rules and Simulation Method Preliminary for Forecasting Temperature in Northern Greenhouse. Proceeding ICICTA '11 Proceedings of the 2011 Fourth International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation - Volume 02 Pages 270-275
- Medellu Ch., Soemarno, Marsoedi, and S. Berhimpon. 2012. The Influence of Opening on the Gradient and Air Temperature Edge Effects in Mangrove Forests. *International Journal of Basic and Applied Science*, vol 12, issue 02, pp. 53-57.
- O.S.M. Mohamed, G. Neukermans, J.G. Kairo, F. Dahdouh-Guebas, and N. Koedam. 2009. Mangrove forests in a peri-urban setting: the case of Mombasa (Kenya). *Wetlands Ecol Manage*, vol. 17, pp. 243–255.
- Mummert A. 2010. Parameter Sensitivity Analysis for Mathematical Modeling. Math department. Marshall University
- Natori Y. and W.P. Porter. 2007. Japanese serow (*Capricornis crispus*) energetics landscape modeling predicts distribution on Honshu, Japan. *Ecological Applications* 17:1441–1459
- Neumaier A. 2003. *Mathematical Modeling*. Institut fÄur Mathematik, UniversitÄat Wien, Strudlhofgasse 4, A-1090 Wien, Austria
- Pannell, D.J. 1997. Sensitivity analysis of normative economic models: Theoretical framework and practical strategies, *Agricultural Economics* 16: 139-152.
- Paolo D.V., D.V. Matteo, and U. Luca. 2011. An Analytical Method for the Determination of the Climatic Distance between Different Microclimates for the Conservation of Wooden Cultural Heritage Objects. *Studies in Conservation*, 56(1): 41-57
- Pinto S.R.R., G. Mendes, A.M.M. Santos, M. Dantas, M. Tabarelli, and F.P. L. Melo, 2010. Landscape attributes drive complex spatial microclimate configuration of Brazilian Atlantic forest fragments. *Tropical Conservation Science*, vol. 3, no. 4, pp. 389-402,
- Romano E., F. Nucci, and C. Bisaglia. 2010. A theoretical approach for sensitive analysis of influences of external factors on greenhouse microclimate. International Society for Horticultural Science
- Saltelli, A., Ratto, M., Andres, T., Campolongo, F., Cariboni, J., Gatelli, D. Saisana, M., and Tarantola, S., 2008, *Global Sensitivity Analysis. The Primer*, John Wiley & Sons.
- Sismondo S. and S. Gissis. 1999. Modeling and Simulation. *Special Issue of Science in Context* 12.

- Spittlehouse D.L., R.S. Adams, and R.D. Winkler. 2004. *Forest, edge, and opening microclimate at Sicamous Creek*. Research Report of Forest Science Program, Ministry of Forest British Columbia.
- Stoy P.C., G.G. Katul, M.B.S. Siqueira, J.Y. Juang, H.R. McCarthy, H.S. Kim, A.C. Oishi, and R. Oren. 2005. Variability in net ecosystem exchange from hourly to inter-annual time scales at adjacent pine and hardwood forests: a wavelet analysis *Tree Physiology* 25, 887–902.
- van Rooyen J.C., J.M. Malt and D.B. Lank. 2011. Relating Microclimate to Epiphyte Availability: Edge Effects on Nesting Habitat Availability for the Marbled Murrelet. *Northwest Science* 85(4):549-561.
- Wikipedia, the free encyclopedia. [Wikipedia.org/wiki/sensitivity_ analysis](http://Wikipedia.org/wiki/sensitivity_analysis)
- Winsberg E. 2003. "Simulated Experiments: Methodology for a Virtual World". In: *Philosophy of Science* 70: 105–125